

# Particle Swarm Optimization

Martin Macaš

ČVUT FEL

Katedra kybernetiky

[macas.martin@fel.cvut.cz](mailto:macas.martin@fel.cvut.cz)



# Úvod



# Úvod

- swarms, flocks, herds, schools, blooms
- mravenci, termiti, ...
- včely, vosy, ...
- pakoně, zebry, ...
- ryby, ...
- lidé
- ...

# Proč hejna?

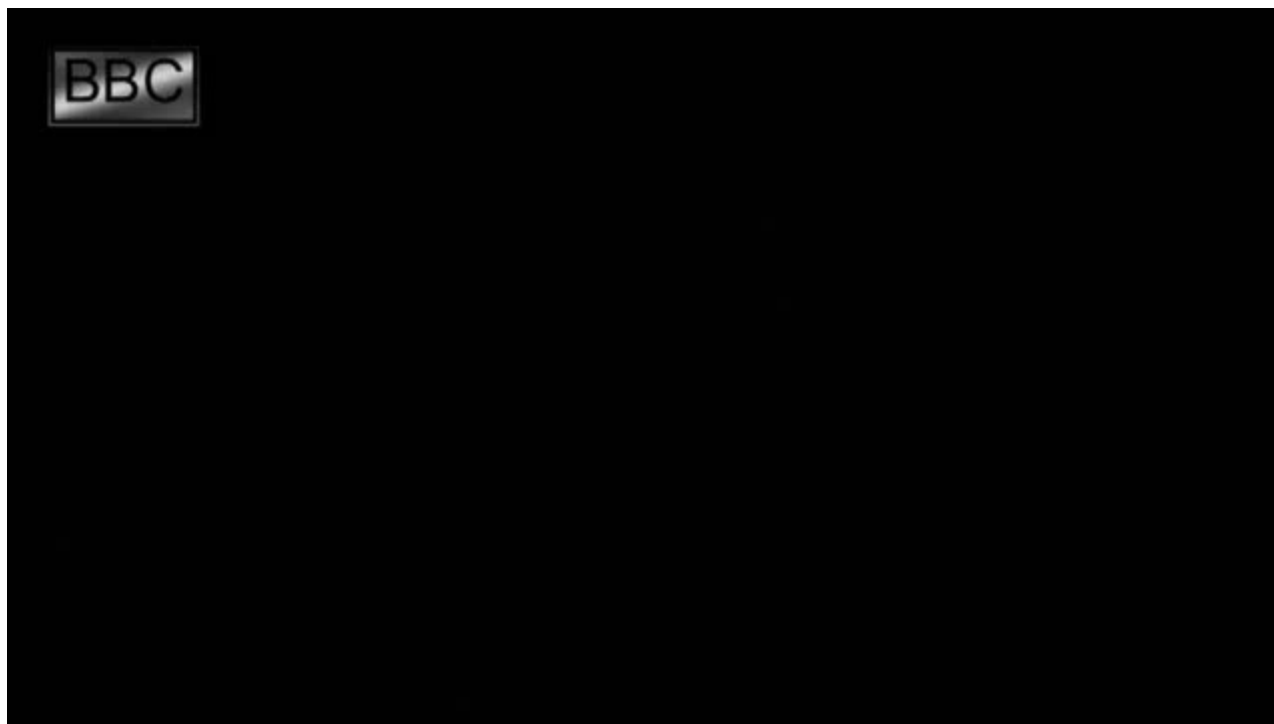
- Včely

- **prohledávání**

- Vysílají zvědy, kteří hledají nové místo pro hnízdo
    - zvědi po návratu tancem přesvědčují ostatní zvědy, čím šťastnější tanec, tím větší pravděpodobnost, že se ostatní přidají
    - Po určité době, když většina zvědů souhlasí s novým místem, celý roj se stěhuje
    - Dobré místo musí být dostatečně prostorné, dobře chráněné před vnějšími elementy, mít správný přístup tepla i vzduchu a nesmí být zamořeno mravenci

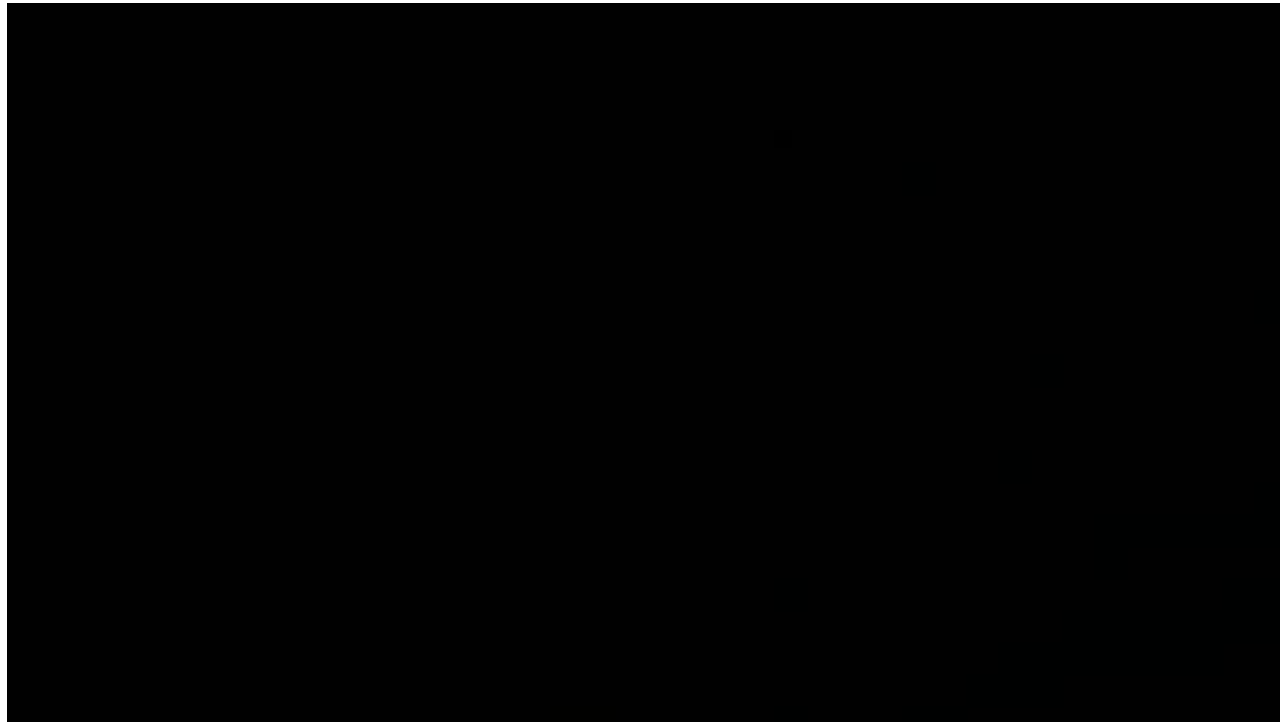
# Proč hejna?

- Tadarida guánová
  - **ochrana před predátory**
  - **komunikace a rozhodování**
    - Výřivý sloup říká ostatním, kdy vylétnout z hnízda, kam se dnes poletí -fúze zkušeností z předchozí noci – kolektivní rozhodování



# Proč hejna?

- Mravenci
  - Přeprava
    - Tvorba voru z vlastních těl, pontonové mosty



# Proč hejna?

- Ryby
  - Znásobení smyslů, obrana před predátorem



# Proč hejna?

- Ryby
  - vnímání ostatních i predátorů postraní čárou
  - varovné signály pomocí feromonů, rozechvívání vzduchových měchýřů, skřípění požerákových zubů



# Proč hejna?

## – Ptáci

- Hledání potravy

- Ptáci letící desítky metrů nad zemí dokážou vidět a rozeznat zrnko obilí
- Sledují znamení zdroje potravy, t.j. aktivity ostatních:
  - » Krmení se na zemi
  - » Kroužení nad nějakým cílem
  - » Otočení se a oddělení se od hejna za něčím
  - »

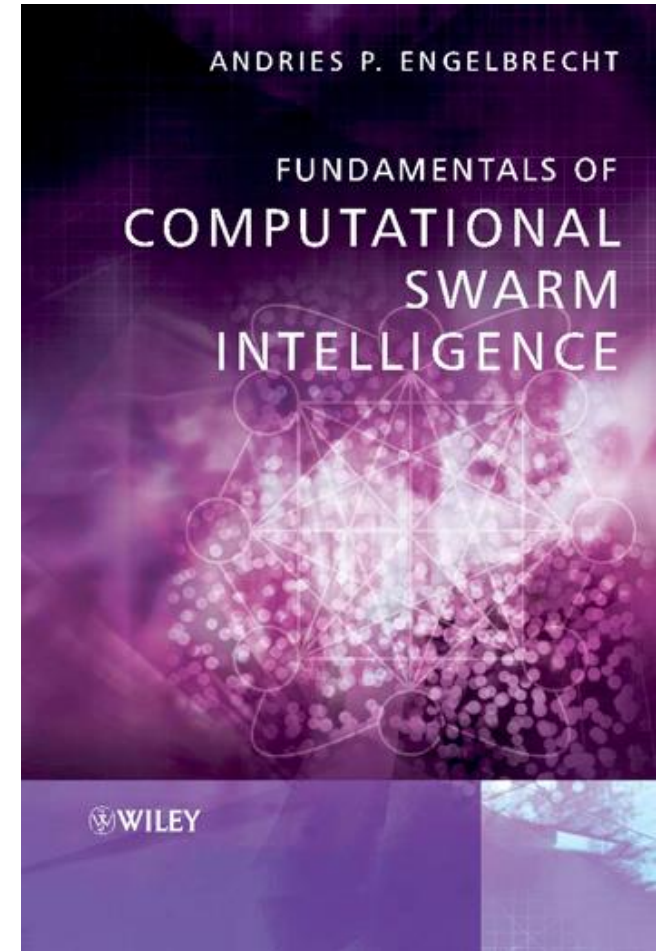
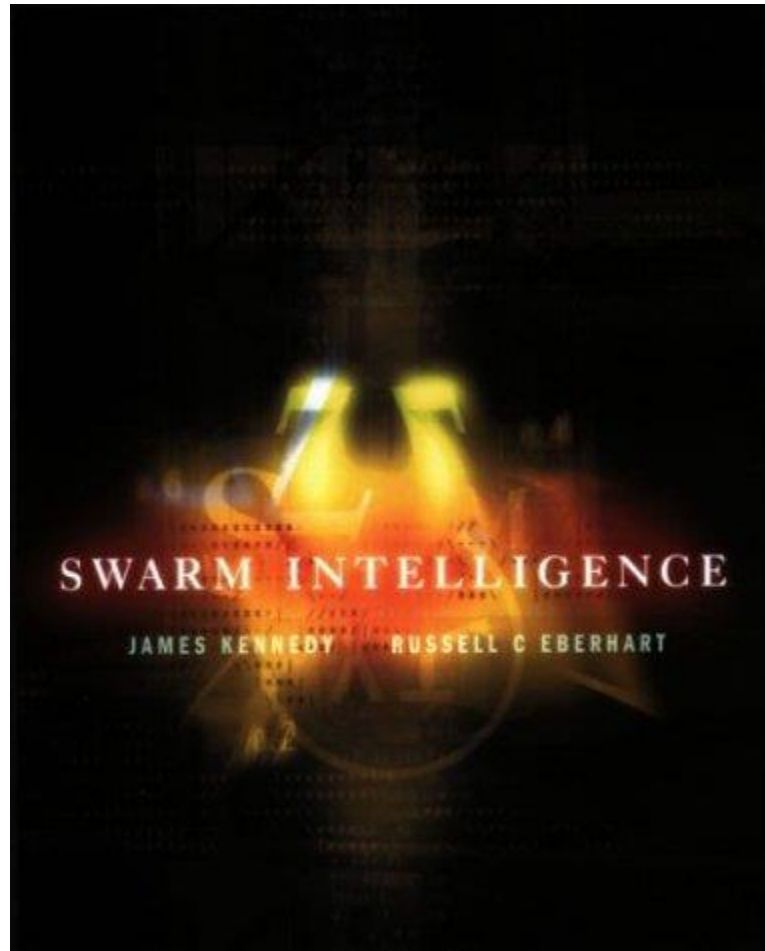
# Proč hejna?

- Lov

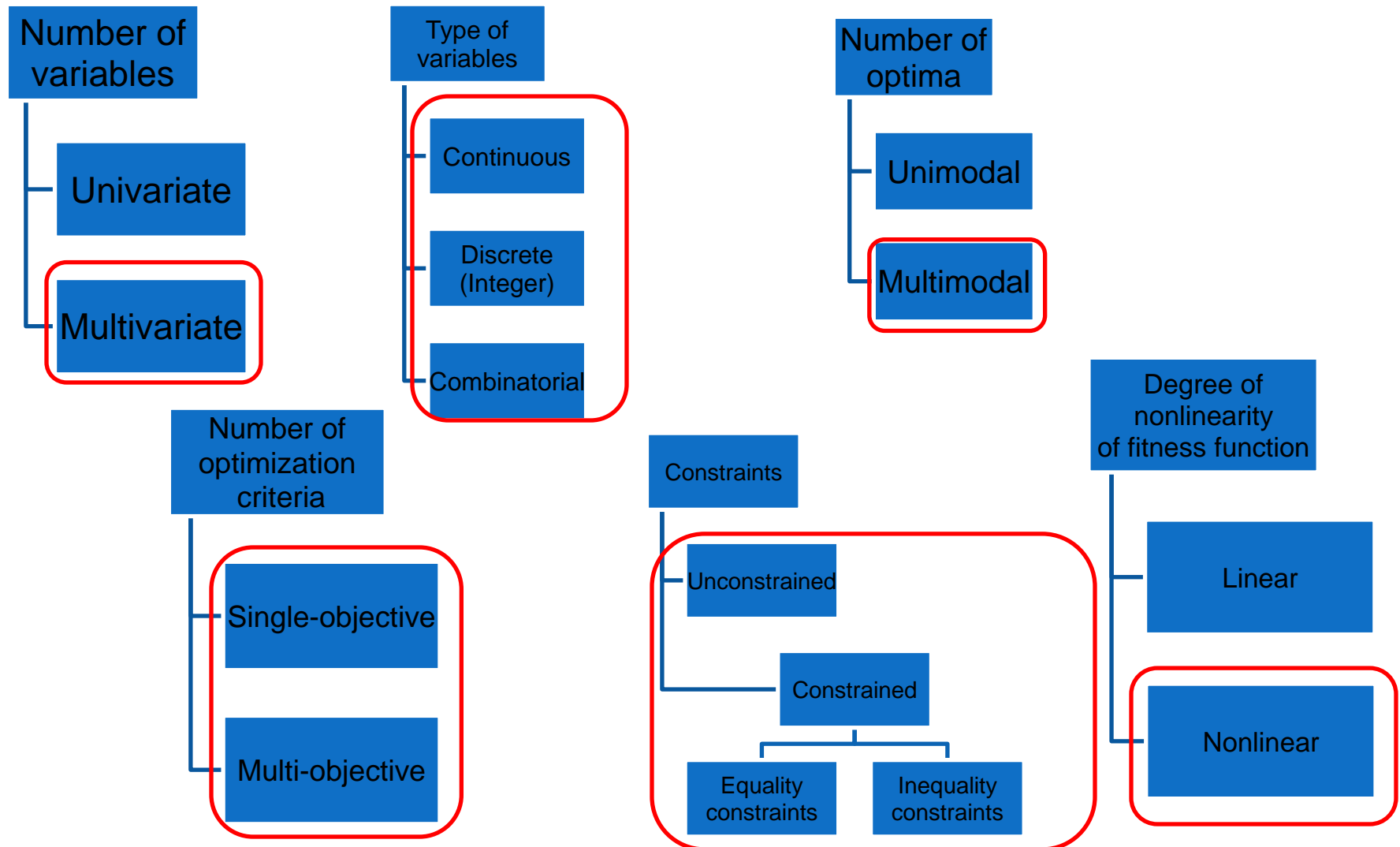
- Ptačí hejna
  - Craig Reynolds, 1987:BOIDS
  - Tři lokální síly:
    - Collision avoidance
      - „odtažení“ v případě hrozící kolize
    - Velocity matching
      - Jedinci se snaží pohybovat zhruba podobnou rychlostí jako jejich sousedi
    - Flock centering
      - Jedinci se snaží dostat do středu hejna

- Ptačí hejna
  - Heppner, Grenander, Potter, 1990:BOIDS
    - navíc přitahování k hnízdu
    - tendenci udržovat si svou rychlost
    - náhodná síla „větru“
  - Toner and Tu, 1998: Flocks, herds and schools: A quantitative theory of flocking
    - Chování hejna připomíná celulární automat 4. typu (charakteristické a nepredikovatelné vzory, které emergují po dlouhou dobu aby pak zanikly)

# Literatura



# Kde použít PSO?

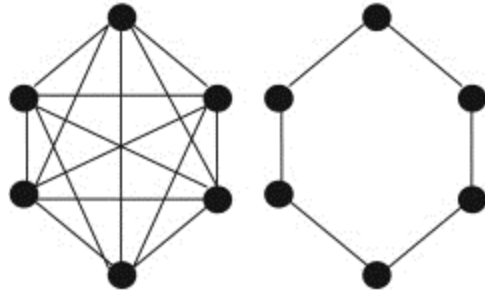


## Struktura swarmu $S$ :

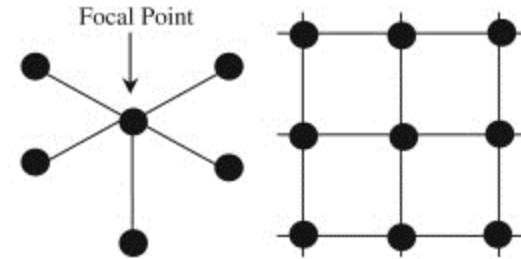
$n_s$	...	počet jedinců (velikost populace)
$n_x$	...	dimenzionalita prohledávaného prostoru
$x_i$	...	pozice $i$ –tého jedince $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in_x})$
$v_i$	...	rychlost $i$ –tého jedince $(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in_x})$
$y_i$	...	personal best pozice $i$ –tého jedince
$\hat{y}_i/\hat{y}$	...	local/global best pozice $i$ –tého jedince

# Topologie

- **Nejběžnější:**



- **Méně běžné:**



- **Kennedy, Mendes (2002): Population structure and particle swarm performance.**
- **Čím více lokálních optim, tím méně propojená topologie**



# Local Best PSO

- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

- Update pozice:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1)$$

# Local Best PSO

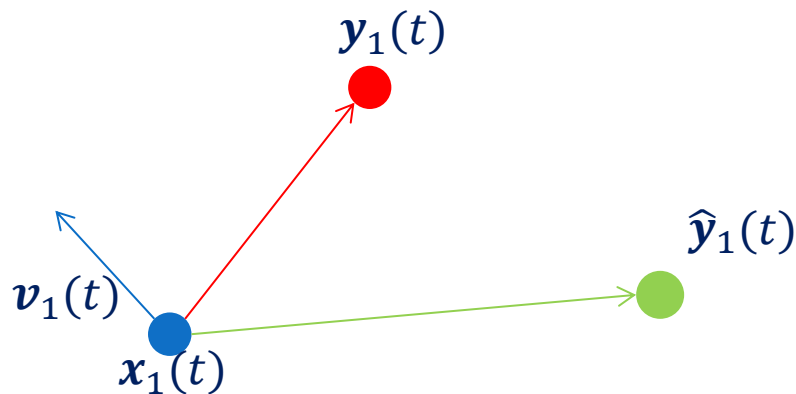
- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t+1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta



# Local Best PSO

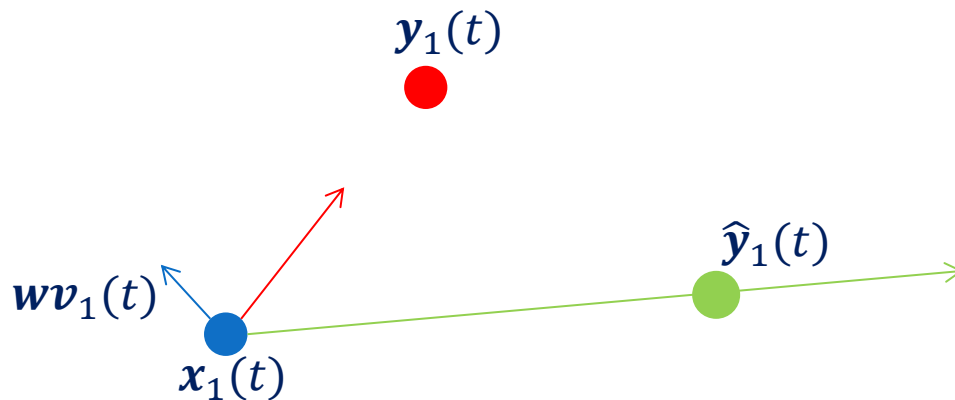
- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta



# Local Best PSO

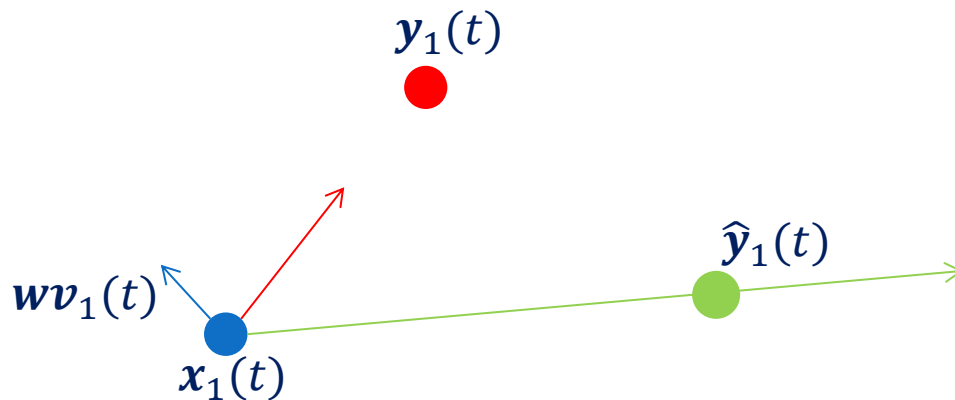
- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta



# Local Best PSO

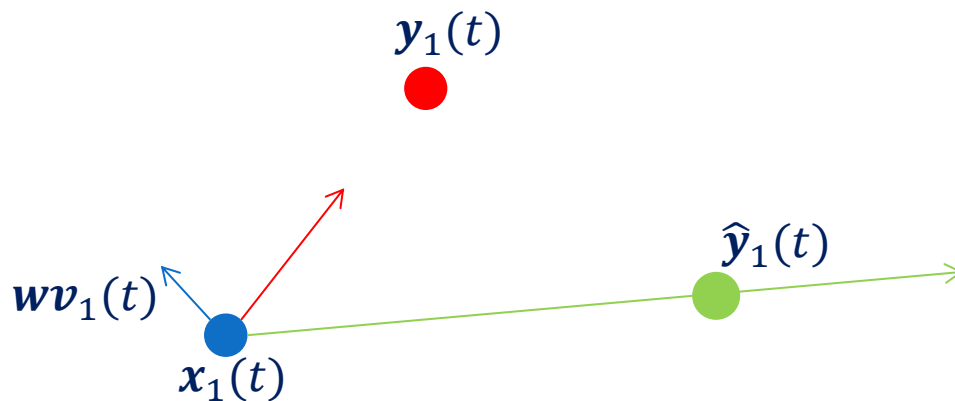
- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t+1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta



# Local Best PSO

- Update rychlosti:

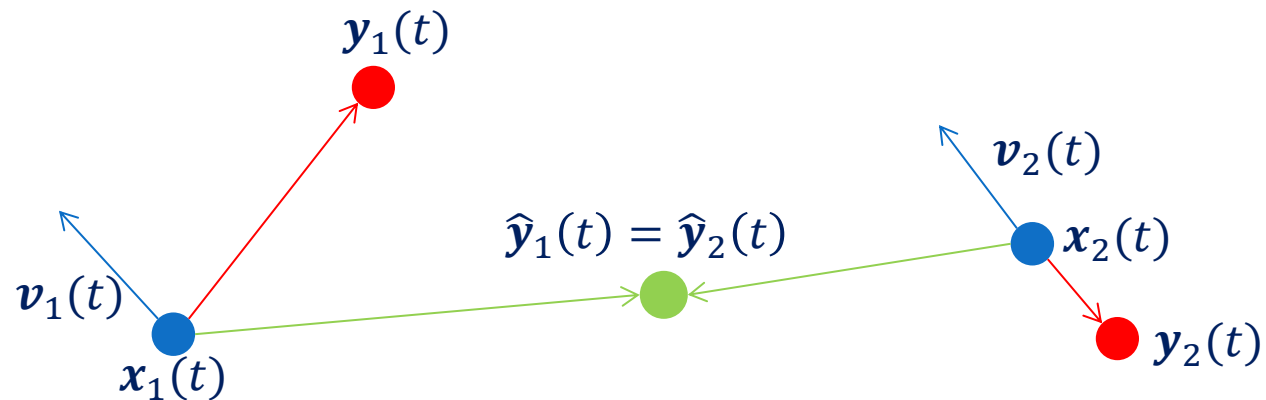
$$v_{ij}(t+1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta

- Situace: Jedinci 1 a 2 jsou sousedé a mají společného souseda, který je zároveň nejlepším sousedem každého:



# Local Best PSO

- Update rychlosti:

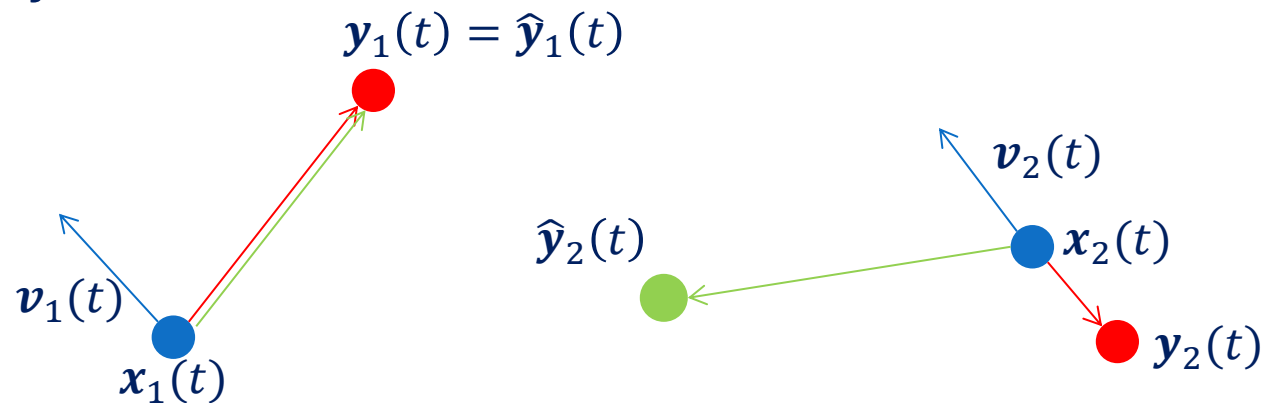
$$v_{ij}(t+1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

Setrvačnost

Kognitivní  
komponenta

Sociální  
komponenta

- Situace: Jedinec jedna našel zatím nejlepší pozici ze svého okolí. Protože není sousedem jedince 2, má jedinec 2 jinou sociální znalost než jedinec 1



# Local Best PSO

- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

- Update pozice:

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1)$$



# Local Best PSO

- Update rychlosti:

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

- Vhodné nastavení parametrů:

$w$	...	Lineárně klesající z 0.9 na 0.4
$c_1$	...	2
$c_2$	...	2
topologie	...	Každý s každým/prstenec
$V_{MAX}$	...	Podle rozsahu dané proměnné $j$

# Local Best PSO

## Algorithmus: lbest PSO

Initialize  $n_x$ -dimensional swarm of  $n_s$  particles

repeat

    for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

        if  $f(x_i) < f(y_i)$  then  $y_i = x_i$  end

    end

    for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

$\hat{y}_i = \operatorname{argmin}_{y_k} f(y_k)$  subject to  $k \in N_i$

    end

    for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

        update the velocity

        update the position

    end

until *stopping condition is true*



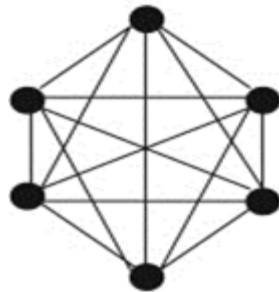
# Global Best PSO

- Všichni jedinci sdílejí jednu globální informaci o best so far řešení

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$



$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_j(t) - x_{ij}(t)]$$



# Global Best PSO

## Algoritmus: gbest PSO

Initialize  $n_x$ -dimensional swarm

repeat

    for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

        if  $f(\mathbf{x}_i) < f(\mathbf{y}_i)$  then  $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i$  end

        if  $f(\mathbf{y}_i) < f(\hat{\mathbf{y}})$  then  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}_i$  end

    end

    for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

        update the velocity

        update the position

    end

until *stopping condition is true*

# Časté chyby

Engelbrecht (2005): Fundamentals of computational swarm intelligence.

## Algoritmus: lbest PSO

Initialize  $n_x$ -dimensional swarm of  $n_s$  particles

repeat

for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

if  $f(x_i) < f(y_i)$  then  $y_i = x_i$  end

if  $f(y_i) < f(\hat{y}_i)$  then  $\hat{y}_i = y_i$  end

end

for each particle  $i = 1, \dots, n_s$  do

update the velocity

update the position

end

until *stopping condition is true*

Global best nemá v local best algoritmu co dělat.

Kdyby tam bylo

$\hat{y}_i = y_i$  nemohla by být local best pozice dosažená jiným jedincem než je jedinec  $i$

ŠPATNĚ!

# Časté chyby

- del Valle et al. (2008): Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems

The information available for each individual is based on its own experience (the decisions that it has made so far and the success of each decision) and the knowledge of the performance of other individuals in its neighborhood. Since the relative importance of these two factors can vary from one decision to another, it is reasonable to apply random weights to each part, and therefore the velocity will be determined by

$$\vec{v}_i(t) = \vec{v}_i(t-1) + \varphi_1 \cdot \text{rand}_1 \cdot (\vec{p}_i - \vec{x}_i(t-1)) \dots \\ + \varphi_2 \cdot \text{rand}_2 \cdot (\vec{p}_g - \vec{x}_i(t-1)) \quad (2)$$

where  $\varphi_1, \varphi_2$  are two positive numbers and rand<sub>1</sub>, rand<sub>2</sub> are two random numbers with uniform distribution in the range of [0.0, 1.0].

rand1 a rand2 by v tomto případě musely být diagonální matice snáhodnými čísly na diagonále

Při správné inicializaci lze použít pro řešení problémů s lineárním omezením  $Ax=B$

**ŠPATNĚ!!!**

- del Valle et al. (2008): Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems

According to the formulation above, the following procedure can be used for implementing the PSO algorithm [80].

- 1) Initialize the swarm by assigning a random position in the problem hyperspace to each particle.
- 2) Evaluate the fitness function for each particle.
- 3) For each individual particle, compare the particle's fitness value with its  $p_{best}$ . If the current value is better than the  $p_{best}$  value, then set this value as the  $p_{best}$  and the current particle's position,  $x_i$ , as  $p_i$ .
- 4) Identify the particle that has the best fitness value. The value of its fitness function is identified as  $g_{best}$  and its position as  $p_g$ .
- 5) Update the velocities and positions of all the particles using (1) and (2).
- 6) Repeat steps 2–5 until a stopping criterion is met (e.g., maximum number of iterations or a sufficiently good fitness value).

Global best  
pozice není  
pozice jedince s  
nejlepší  
hodnotou fitness!

PSOtoolbox pro  
Matlab trpěl touto  
chybou





# Inicializace

- Rychlosti na nulovou hodnotu  $v_i = 0$
- Pozice náhodně např. podle rozsahu prohledávaného prostoru
- Personal, local nebo global best pozice na aktuální pozici  $y_i = x_i$
- Další metody:
  - Sobol sequences
  - Faure sequences
  - Nonlinear simplex method

# Ukončovací kritérium

- Maximální počet iterací
- Nalezení řešení
- Stagnace po určitou dobu
- Ztratí se diverzita (normalizovaný průměr swarmu je téměř 0)
- Pokles hodnoty cílové funkce je malý po určitou dobu

# Exploze (divergence) swarmu

- Může vzniknout, pokud pozice jedince je daleko od jeho personal best a local/global best

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

- Lze řešit pomocí omezení rychlosti
- *if  $v_{ij} > +V_{MAX,j}$  then  $v_{ij} = +V_{MAX,j}$*
- *if  $v_{ij} < -V_{MAX,j}$ , then  $v_{ij} = -V_{MAX,j}$*

# Exploze (divergence) swarmu

- Může vzniknout, pokud pozice jedince je daleko od jeho personal best a local/global best

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$$

- Lze také řešit pomocí constriction koeficientu:

$$v_{ij}(t + 1) = \chi[v_{ij}(t) + c_1r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]]$$

$$\chi = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \quad \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi > 4.0$$

# Konvergence

- Konvergence do bodu  $p$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}(t) = p$$

- Základní PSO
  - není garantována konvergence do globálního optima !!!!!!!
  - není garantována konvergence do lokálního optima !!!!!!!

# Konvergence

- GCPSO

- Guaranteed convergence PSO

- Van den Bergh and Engelbrecht (2002): A new locally convergent Particle Swarm Optimizer.

- Garantovaná konvergence do lokálního optima přidáním náhodného prohledávání okolí gbest pozice

$$v_{ij}(t + 1) = w(t)v_{ij}(t) + [\hat{y}_j(t) - x_{ij}(t)] + \rho(t)[1 - 2r_{2j}(t)]$$

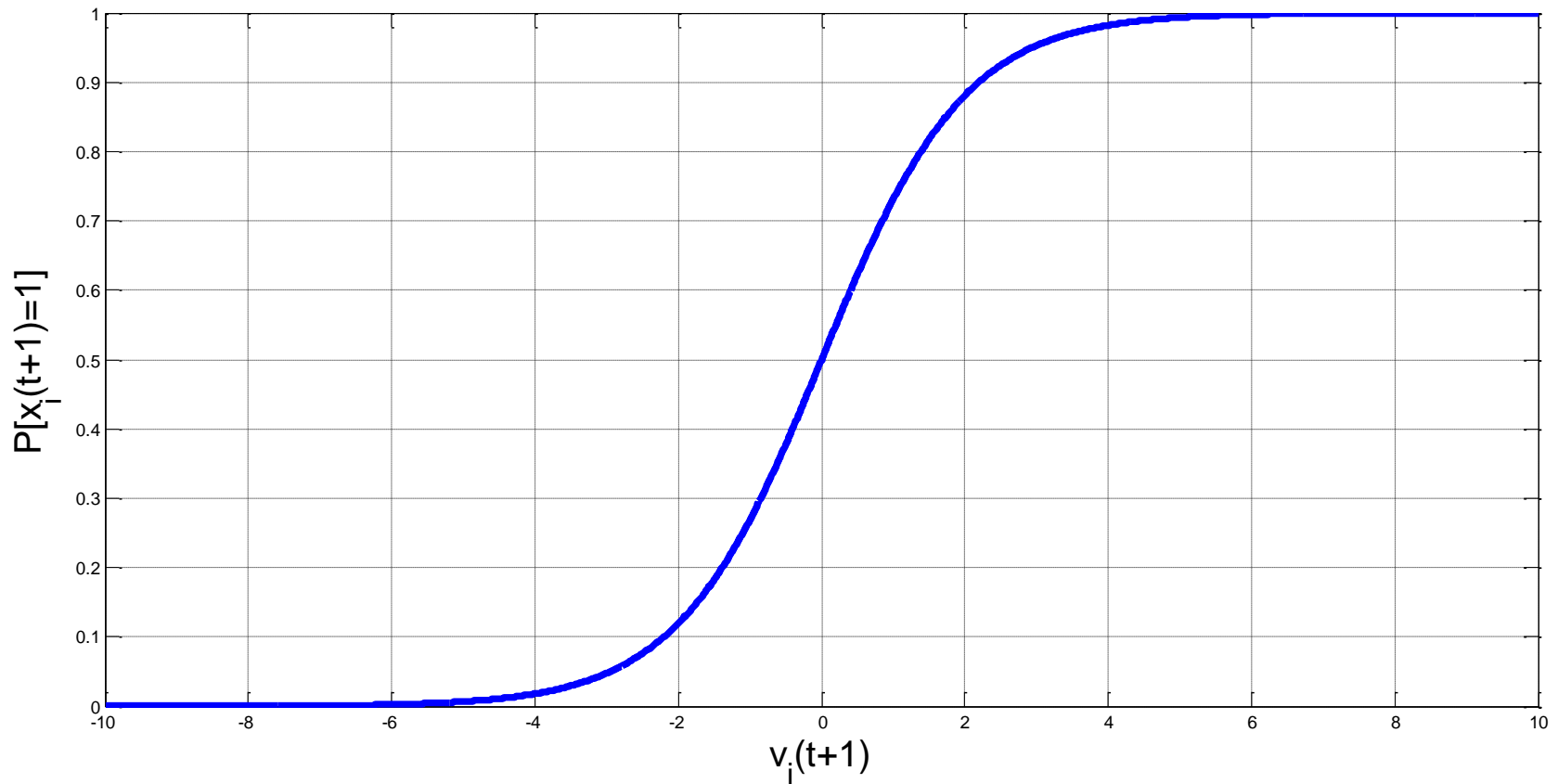
- $\rho(t)$  se adaptivně přizpůsobuje a je vždy  $>0$

# Konvergence

- Van den Bergh (2002): An analysis of particle swarm optimizers, PhD thesis:
  - Algoritmy s garantovanou konvergencí do globálního optima:
- RPSO
  - Random particle PSO
    - V každé iteraci, nejméně jedna pozice je náhodně resetována
- MPSO
  - Multi-start PSO

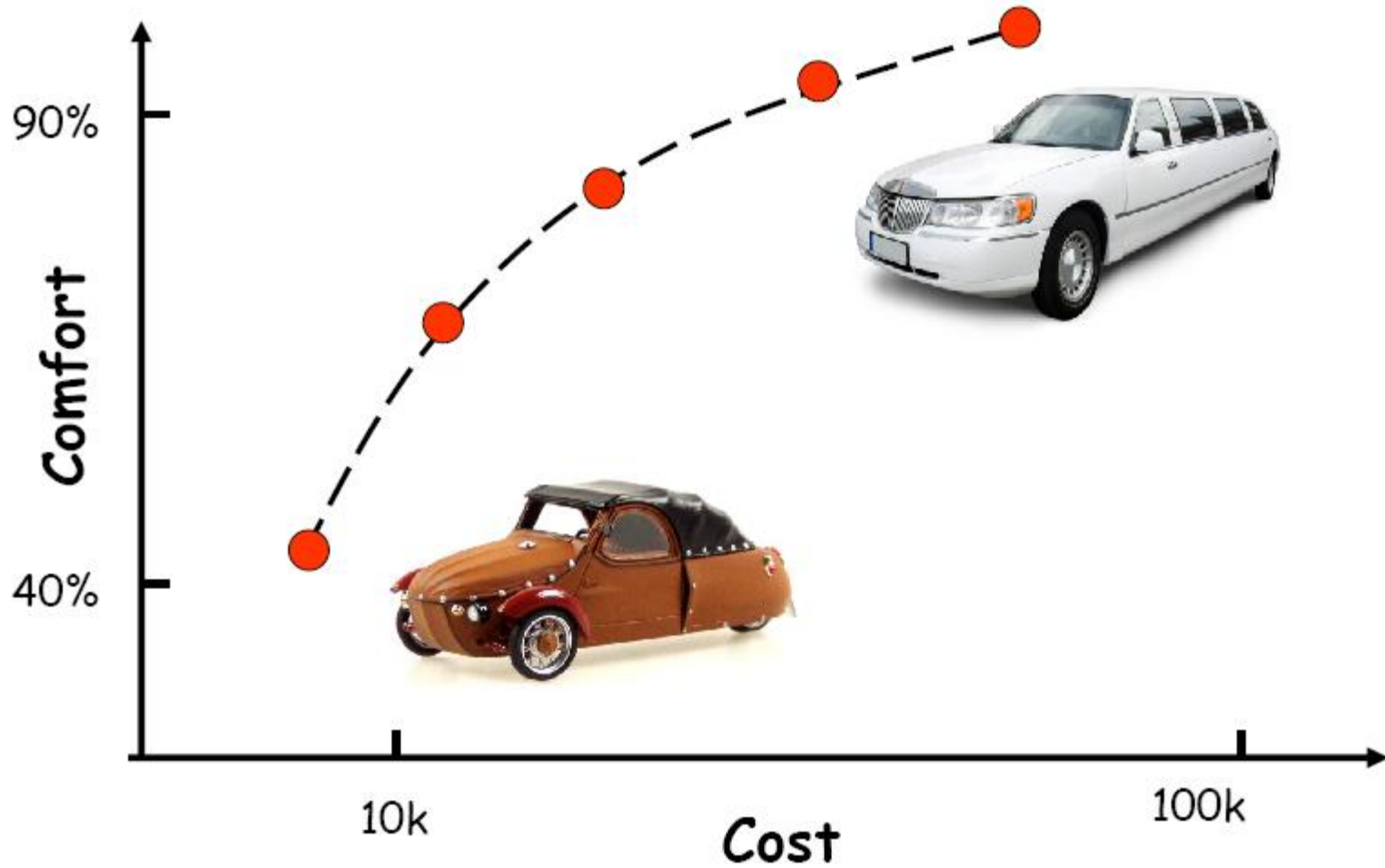
# Binární PSO

$$x_{ij}(t+1) = 1 \quad \text{pokud} \quad U(0,1) < \frac{1}{1 + e^{-v_{ij}(t+1)}}$$





# Multiobjective optimization



# Multiobjective optimalizace

- Agregace jednotlivých funkcí
  - Např. vážený součet
- Různé části prohledávání používají různé funkce
  - např. Dynamic Neighborhood MOPSO, Vector evaluated PSO (VEPSO),...
- Metody založené na dominanci
  - Hledání a uchování pareto fronty – archiv
  - Např. Moore a Chapman: Personal best je seznam, z kterého se vybírá náhodně

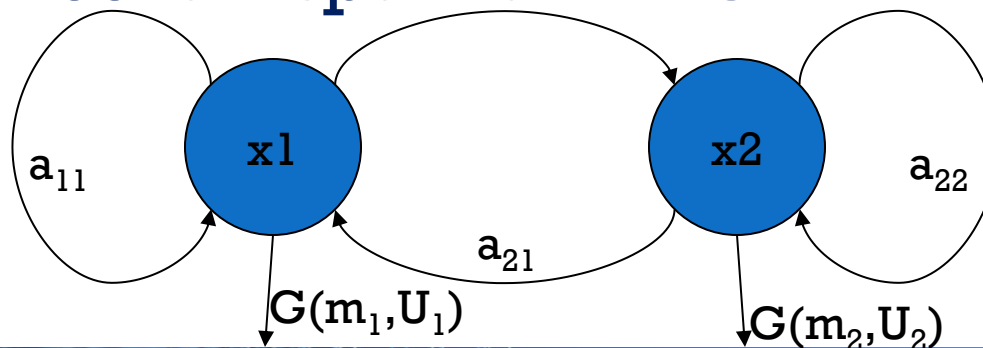
# Multiobjective optimization

- Další metody založené na dominanci:
  - Coello Coello and Lechuga: Adaptive archive grid
  - Mostaghim and Teich: Sigma method and  $\varepsilon$  – dominance
  - Hu, Eberhart and Shi: Global guide selection
  - Zhang and Huang: Distance based selection
  - Li: Non dominated sorting
  - Yen and Lu
  - Fieldsend and Singh: Dominated trees
  - Ray and Liew: Swarm metaphor

# Dynamická optimalizace

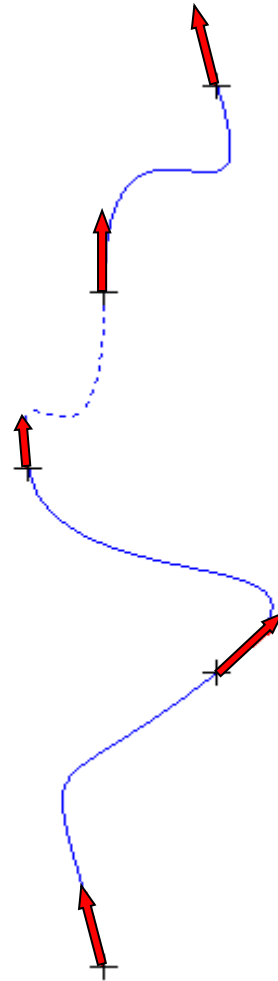
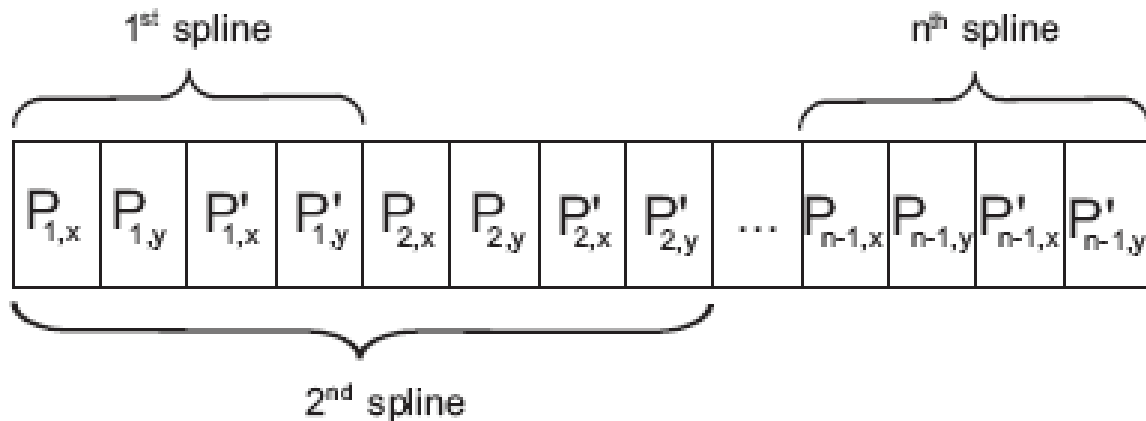
- Detekce změny ztrátové funkce
  - Např. sledováním chování global best pozice a její příslušné hodnoty  $f$
- Odezva na změnu a sledování optima
  - Např. restart některých jedinců
- Např. Simulátor skleníku pro rajčata – optimalizace podmínek pro růst rajčat

- Učení skrytých Markovských modelů
  - Nahrazení hill-climbingového EM algoritmu PSO metodou
  - Optimalizace s omezením
  - Analýza nitrolebečního tlaku pro detekci traumatického poranění mozku
  - Detekce fází spánku z EEG

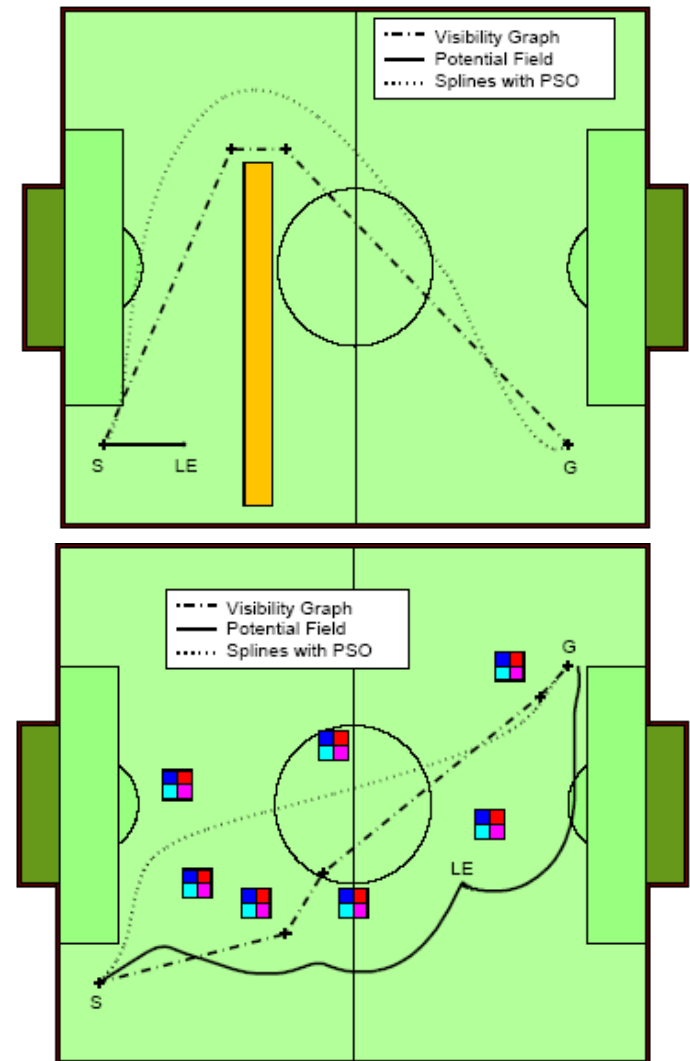
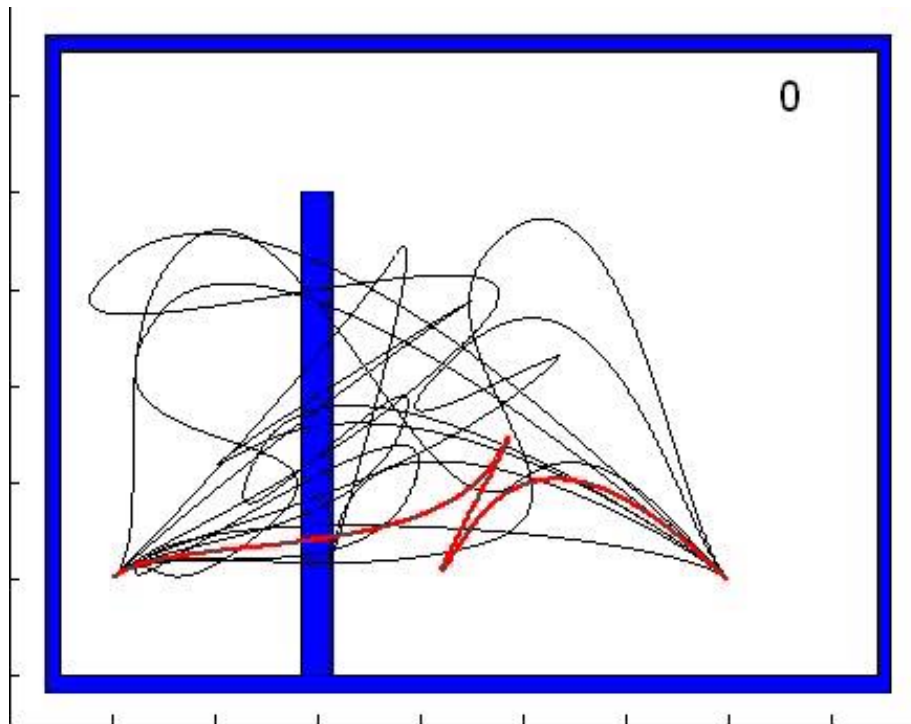


# Aplikace

- Plánování cesty robota
  - Reprezentace cesty splineami
  - Optimalizace parametrů spliny

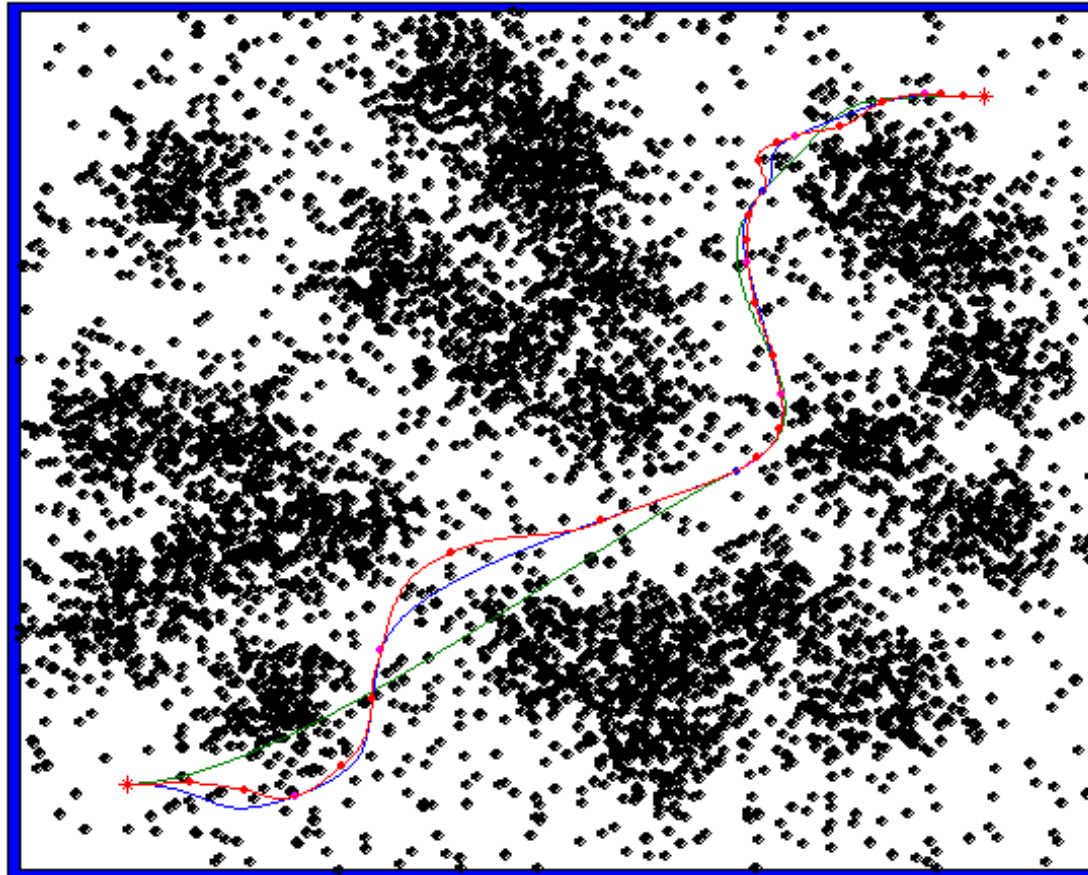


- Plánování cesty robota



# Aplikace

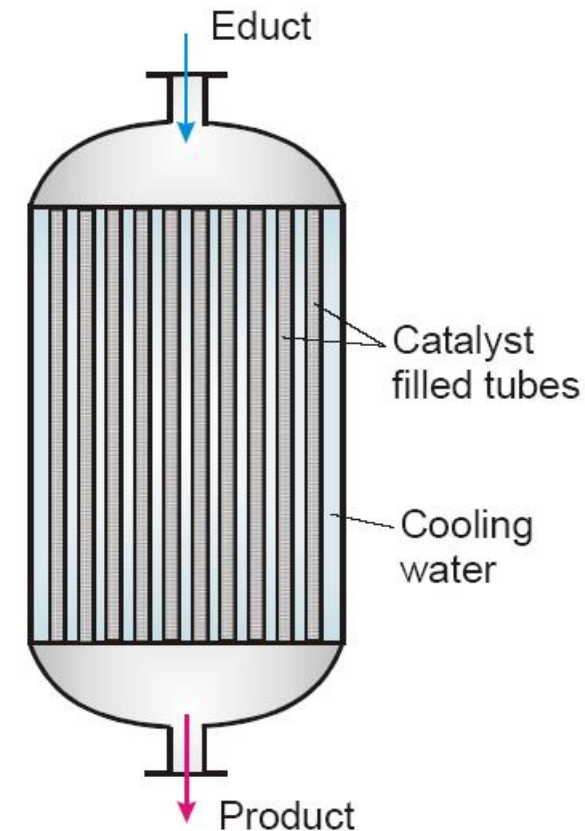
- Plánování cesty robota





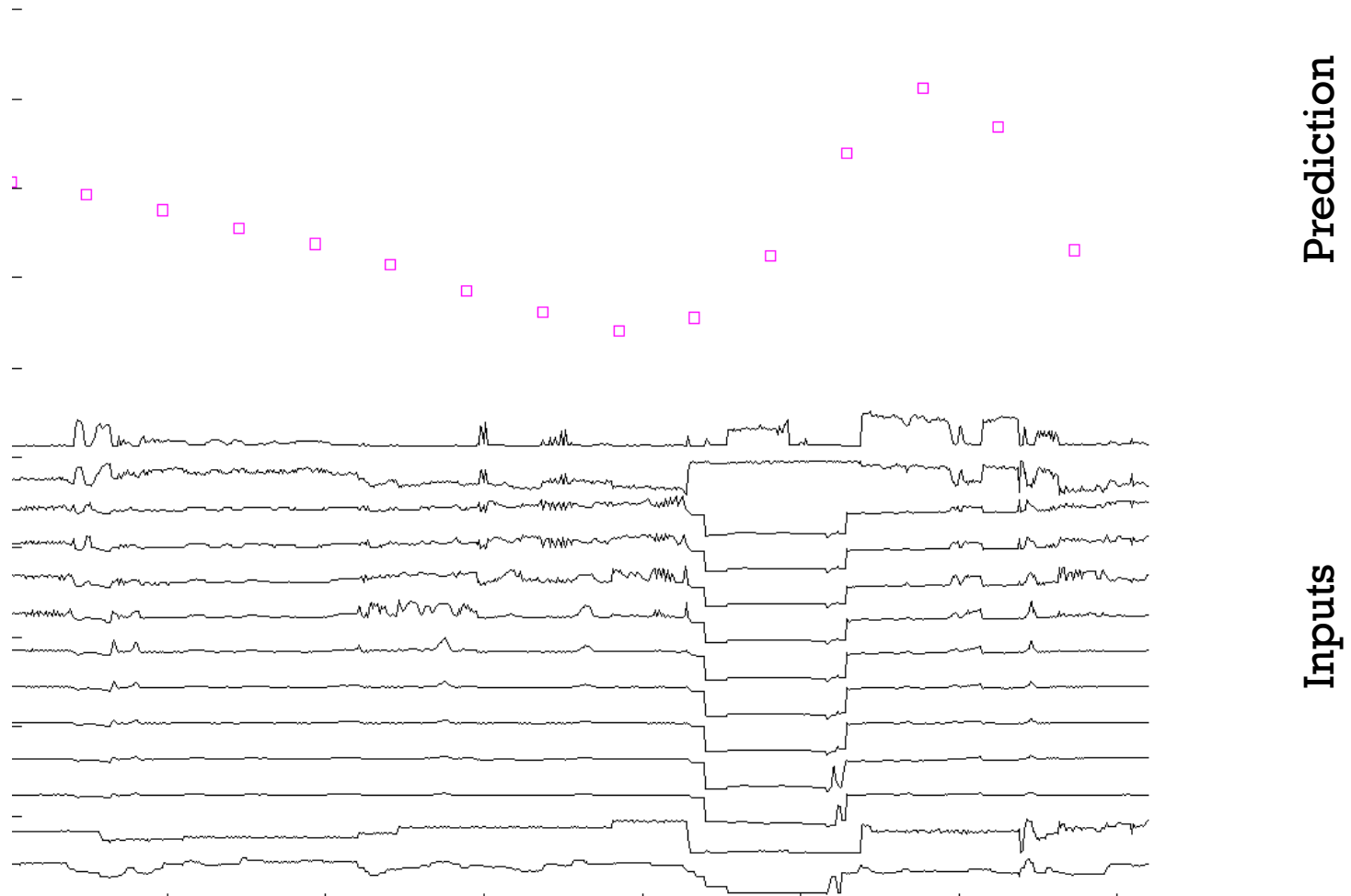
# Aplikace

- Predikce aktivity reaktoru
  - 17 vstupních prom.
  - 1 výstupní prom.
  - Cílem je
    - Vytvořit **adaptivní** model (adaptace na změny procesu způsobené neměřitelnými vlivy)



# Aplikace

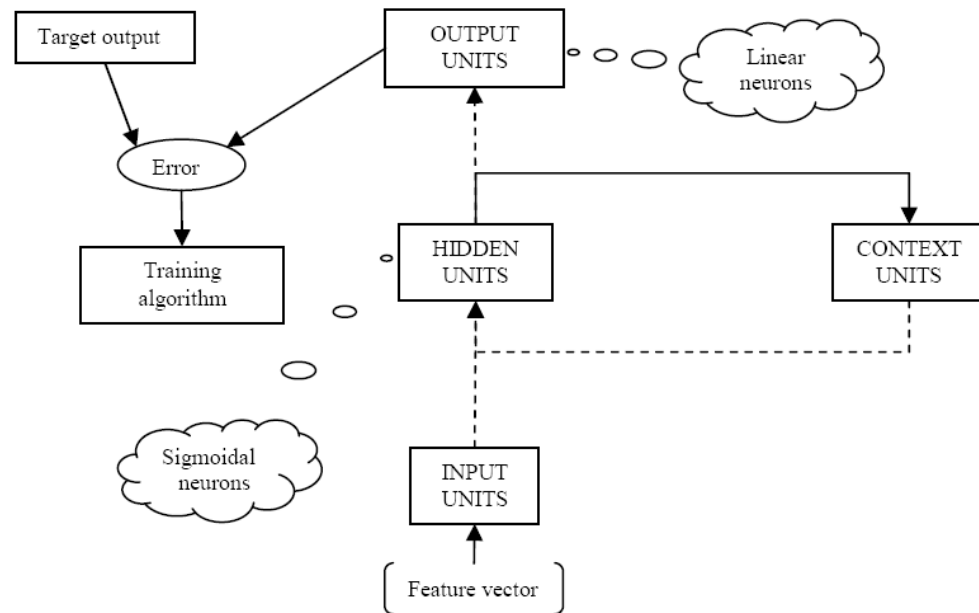
- Predikce aktivity reaktoru



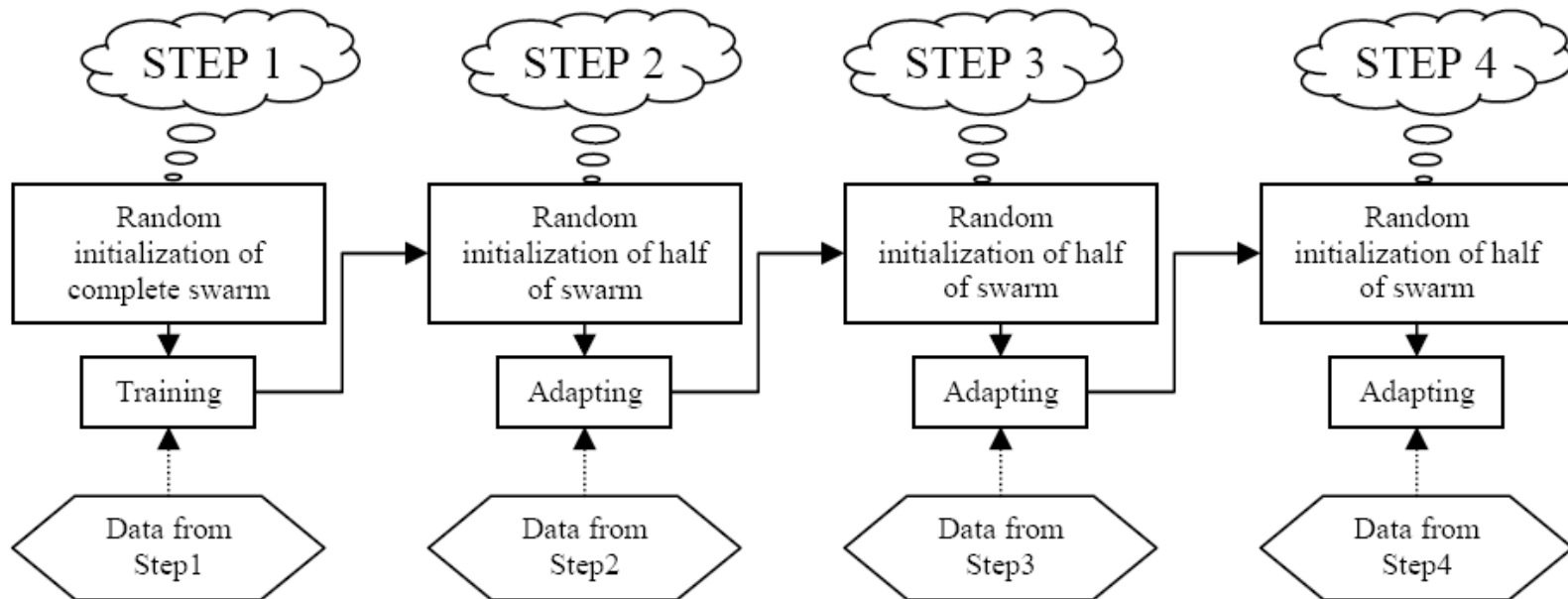
# Aplikace

## – Nevýhoda klasického přístupu:

- Uváznutí v lokálních extrémech
- Aproximace gradientu – příspěvek vah zpětné vazby je zanedbán



- Predikce aktivity reaktoru
  - Adaptivita – reinicializace části swarmu



# Aplikace

- **Selekce příznaků pro rozpoznávání**
  - Binární PSO
  - Klasifikace spánkového EEG novorozenců
  - Predikce stavu pacienta
  - Klasifikace při hloubkové stimulaci mozku
  - Klasifikace srdečních signálů plodu

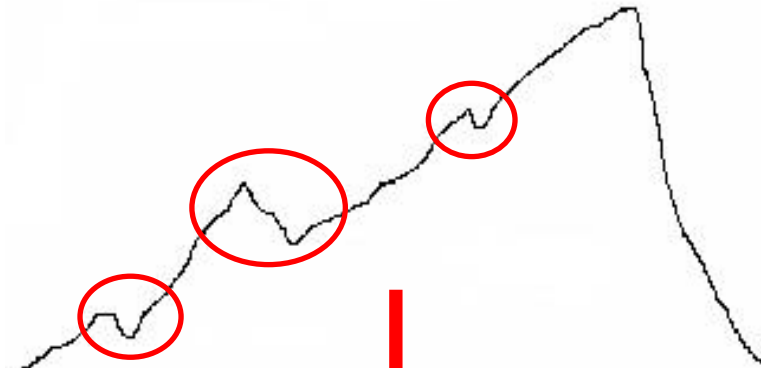
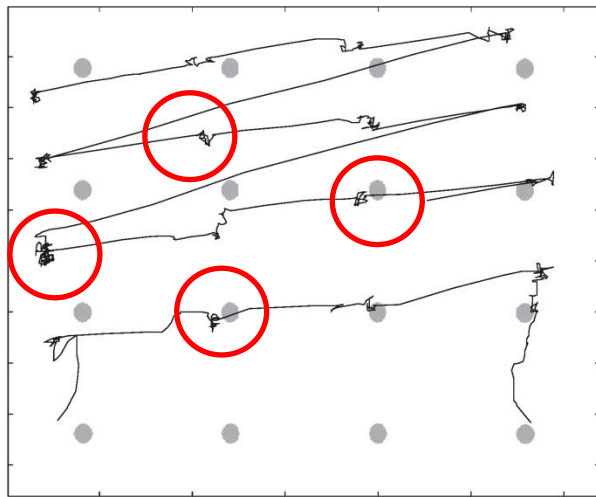


- **Optimalizace extrakce příznaků**
  - **Klasifikace úrovně frakcionace intrakardiálních signálů**
  - Křemen, V. - Lhotská, L. - Macaš, M. - Čihák, R. - Kautzner, J. - et al.: A New Approach to Automated Assessment of Fractionation of Endocardial Electrograms During Atrial Fibrillation. *Physiological Measurement*. 2008, vol. 29, no. 12, p. 1371-1381. ISSN 0967-3334

## • Vizualizace

- Štěpánová, K. - Macaš, M.: Visualizing Correlations Between EEG Features by Two Different Methods. In *BioDat 2012 - Conference on Advanced Methods of Biological Data and Signal Processing* [CD-ROM]. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2012, vol. 1, p. 1-4. ISBN 978-80-01-05153-5.

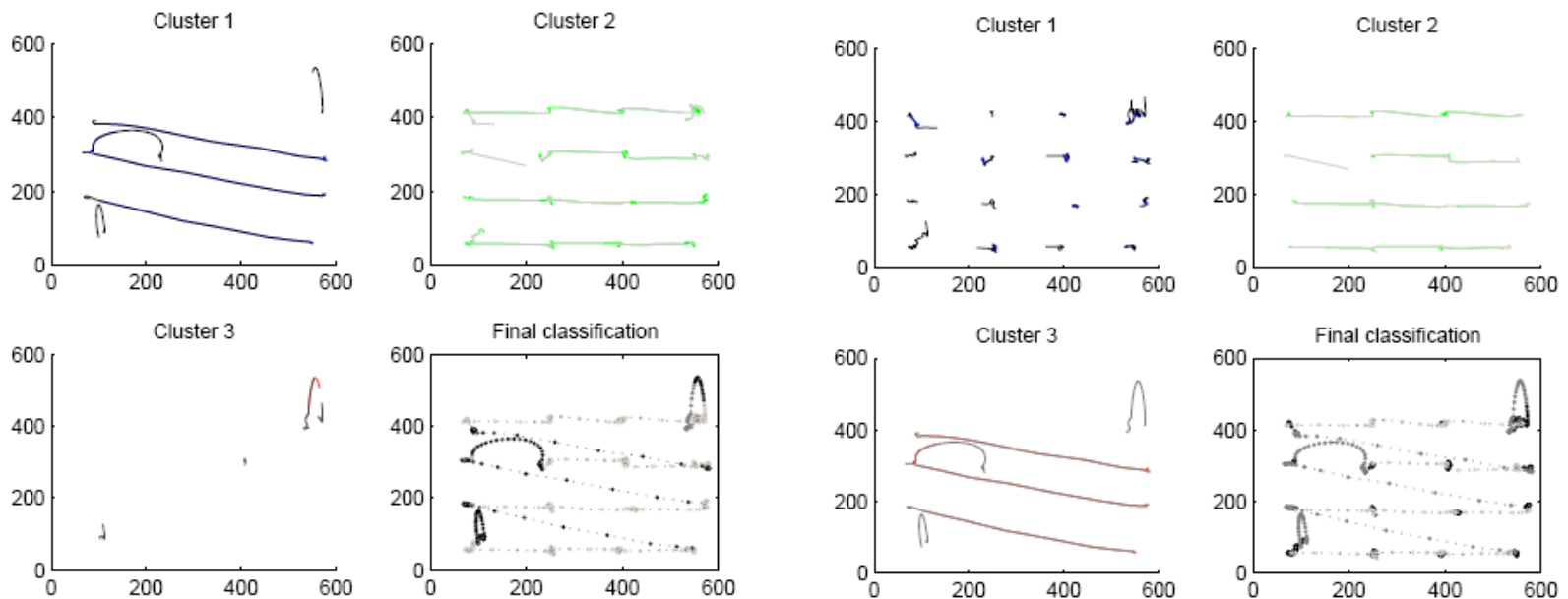
- Shlukování
  - Detekce jednotlivých typů očních pohybů



**Fixace**



- Shlukování
  - Detekce jednotlivých typů očních pohybů



# PSO poslední trendy

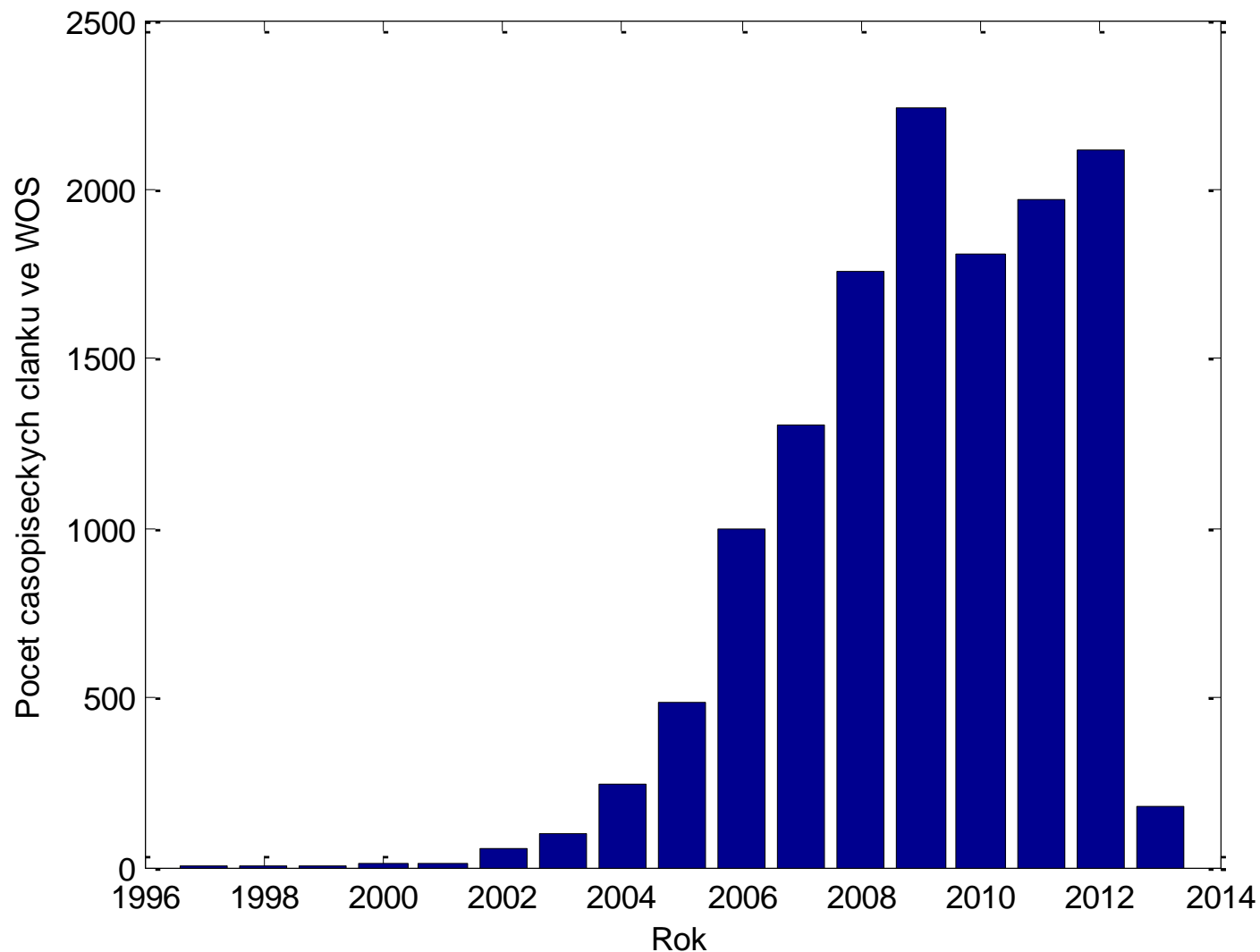
- Výrazný nárůst aplikací v energetice
  - Obnovitelné zdroje, kvalita elektřiny, ...

---

Area Name	PSO types
Reactive power and voltage control	Conventional PSO, Integer PSO, Adaptive PSO
Economic Dispatch	Conventional PSO, Evolutionary Programming PSO (EPSO)
Power System Reliability and Security	Conventional PSO, Binary PSO
Generation Expansion Problem	Conventional PSO, Stretching PSO (SPSO), Composite PSO (C-PSO)
State Estimation	Conventional PSO, Hybrid PSO (GA-PSO)
Load Flow and Optimal Power Flow	Conventional PSO, Hybrid PSO (GA-PSO), Vector Evaluated PSO (VEPSO), PSO with Passive Congregation (PSOPC), Dissipative PSO (DPSO)
Power System Identification and Control	
- Controller Tuning	Conventional PSO
- System Identification and Intelligent Control	Conventional PSO, Hybrid PSO (GA-PSO)
Electric Machinery	Conventional PSO
Capacitor Placement	Conventional PSO, Integer PSO
Generator Maintenance Scheduling	Conventional PSO, Evolutionary Programming PSO (EPSO)
Short-Term Load Forecasting	Conventional PSO
Generator Contributions to Transmission System	Vector Evaluated PSO (VEPSO)

---

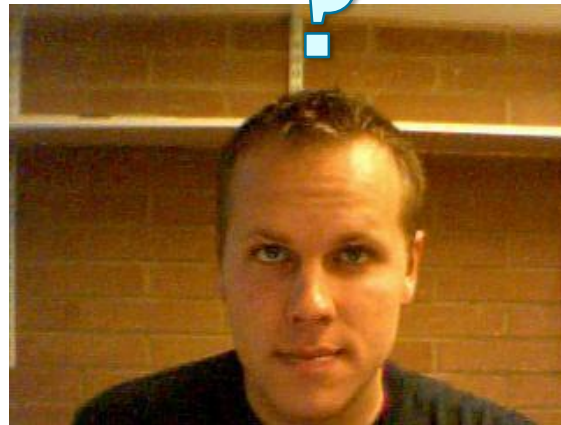
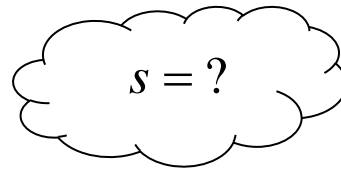
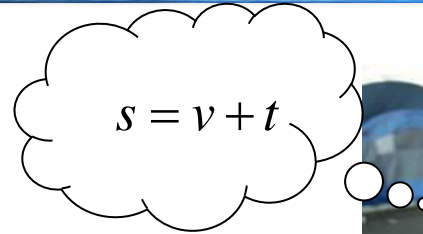
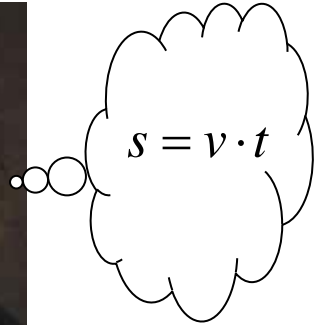
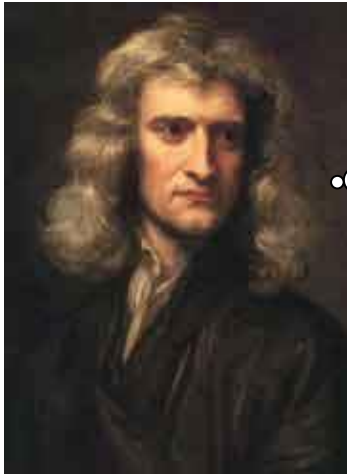
# PSO poslední trendy



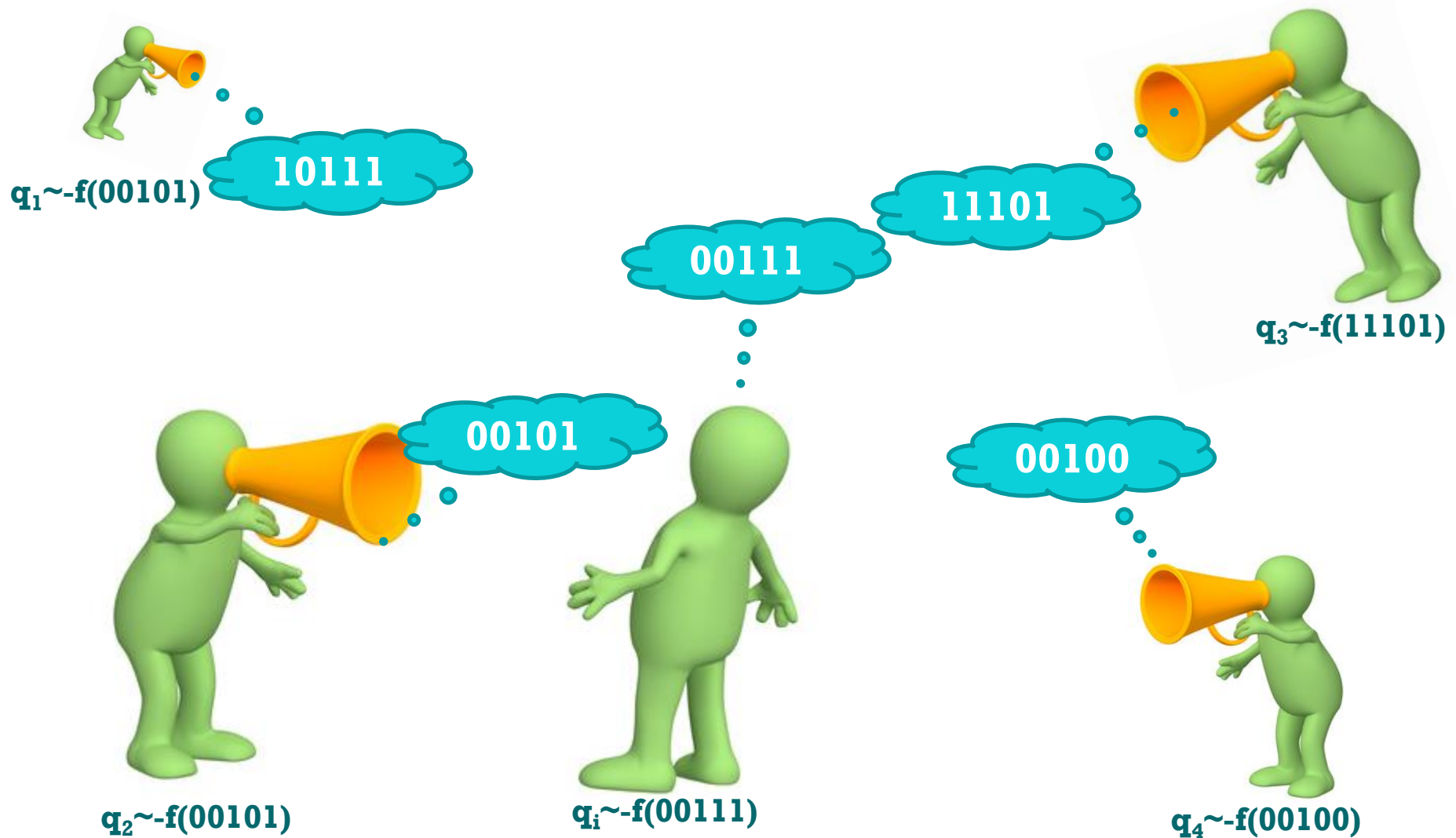
**Děkuji za pozornost**

# Dodatek

# Formování názorů a optimalizace



# Social impact theory based optimizer



- Predicting Mortality of ICU Patients:  
The PHYSIONET/COMPUTING IN CARDIOLOGY  
Challenge 2012
  - SITO based feature selection for **Linear Bayes** classifier
  - Reduced initialization was used
  - **Event 1**: maximize  $\min(\text{sensitivity}, \text{positive predictivity})$
  - **Event 2**: minimize Hosmer-Lemeshow statistic
  - 30 participants
  - **We achieved**
    - **4<sup>th</sup> place in Event 1**
    - **3<sup>rd</sup> place in Event 2**



- Predicting Mortality of ICU Patients: The PHYSIONET/COMPUTING IN CARDIOLOGY Challenge 2012

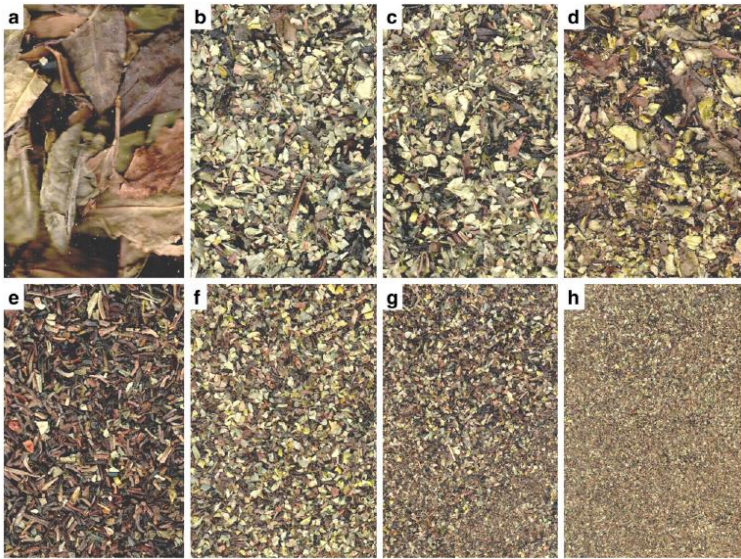
## EVENT 1 (BINARY PREDICTION OF SURVIVAL OR IN-HOSPITAL DEATH)

Participant	Score
Alistair Johnson, Nic Dunkley, Louis Mayaud, Athanasios Tsanas, Andrew Kramer, Gari Clifford	0.5353
Luca Citi, Riccardo Barbieri	0.5345
Srinivasan Vairavan, Larry Eshelman, Syed Haider, Abigail Flower, Adam Seiver	0.5009
<u>Martin Macas, Michal Huptych, Jakub Kuzilek</u>	0.4928

## EVENT 2 (ESTIMATION OF IN-HOSPITAL MORTALITY RISK)

Participant	Score
Luca Citi, Riccardo Barbieri	17.88
Tongbi Kang, Yilun Su, Lianying Ji	20.58
<u>Martin Macas, Michal Huptych, Jakub Kuzilek</u>	24.70

- Optimization of classification system for recognition of tea samples
  - Central Scientific Instruments Organisation, INDIA



A. P. Bhondekar, R. Kaur, R. Kumar, R. Vig, P. Kapur, A novel approach using dynamic social impact theory for optimization of impedance-Tongue (iTongue), *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 109 (2011) 65 – 76.

R. Kaur, R. Kumar, A. Gulati, C. Ghanshyam, P. Kapur, A. P. Bhondekar, Enhancing electronic nose performance: A novel feature selection approach using dynamic social impact theory and moving window time slicing for classification of kangra orthodox black tea (*camellia sinensis* (l.) o. kuntze), *Sensors and Actuators B: Chemical* 166–167 (2012) 309–319.