Odhady a modelování závislostní struktury aktivity v biologických neuronových sítích aneb Přelet nad neurálním hnízdem

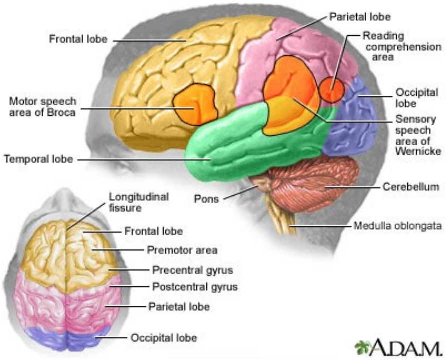
Jaroslav Hlinka

Ústav informatiky, Akademie věd ČR
Skupina nelineární dynamiky
http://ndw.cs.cas.cz/

Seminář strojového učení a modelování
Praha: 1. března 2012

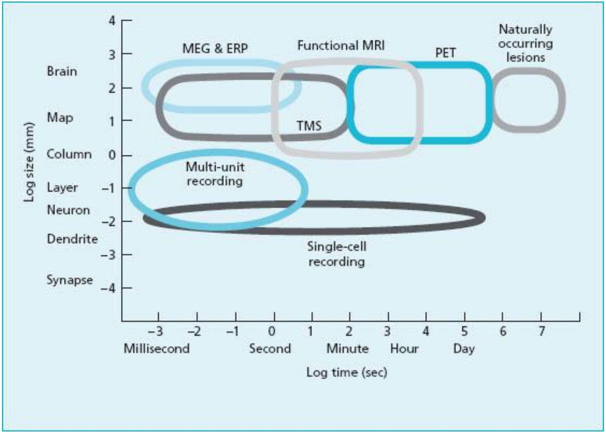
Plán

Mozek

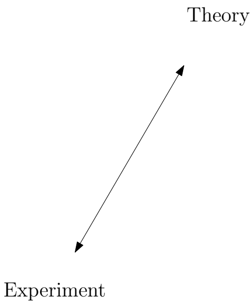


Parietal lobe
Frontal lobe
Reading comprehension area
Motor speech area of Broca
Occipital lobe
Sensory speech area of Wernicke
Temporal lobe
Cerebellum
Longitudinal fissure
Pons
Medulla oblongata
Frontal lobe
Premotor area
Precentral gyrus
Postcentral gyrus
Parietal lobe
Occipital lobe
ADAM.

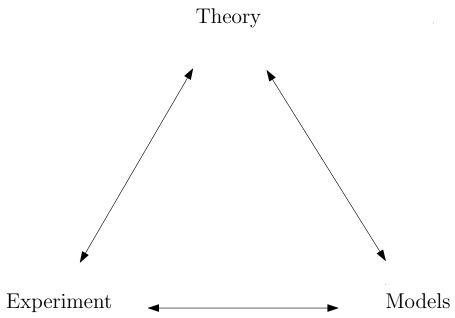
Metody v rukou neurovědce



Děláme vědu takto?



Nebo spíše takto?

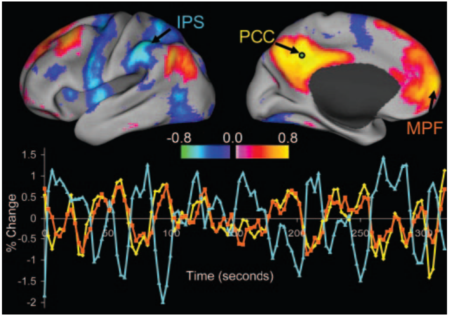


Osy výzkumu funkce mozku

- Lokalizace vs. integrace
- Exogenní vs. endogenní

Co je funkční konektivita?

Co je funkční konektivita?

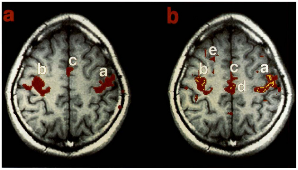


Obrázek: Funkční konektivita organizovaná do velkých sítí. (Fox et al, 2005, PNAS)

- Funkční konektivita: statistická souvislost mezi aktivitou různých mozkových oblastí
- Typicky měřená korelací mezi aktivitou oblastí v čase
- Lze měřit během úkolu, ale i během klidového stavu
- U fMRI je odvislá od pomalých fluktuací signálu

Co je na tom ‘funkční’?

Co je na tom ‘funkční’?



Obrázek: Biswal, 1995, MRM

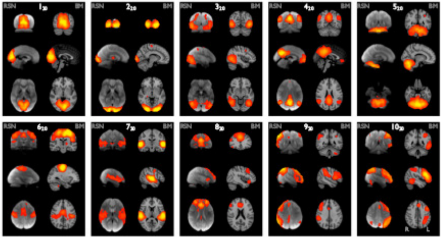


Fig. 1. Ten well-matched pairs of networks from the 20-component analysis of the 29,671-subject BrainMap activation database and (a completely separate analysis of) the 36-subject resting FMRI dataset. This figure shows the 3 most informative orthogonal slices for each pair. (Left column of each pair) Resting FMRI data, shown superimposed on the mean FMRI image from all subjects. (Right column of each pair) Corresponding network from BrainMap, shown superimposed on the MNI152 standard space template image. The networks were paired automatically by using spatial cross-correlation, with mean $r = 0.53$ (0.25:0.79); the weakest of these correlations thus has a significance of $P < 10^{-5}$ (corrected). All ICA spatial maps were converted to z statistic images via a normalized mixture–model fit, and then thresholded at $Z = 3$.

Obrázek: Smith, 2009, PNAS

Jak vylepšit metody kvantifikace funkční konektivity?

- konektivita “all-to-all”?

Jak vylepšit metody kvantifikace funkční konektivity?

- konektivita “all-to-all”?
  - příliš mnoho signálů
  - nutno redukovat dimenzionalitu (anatomické oblasti zájmu, shlukovací metody, analýza nezávislých komponent)

Jak vylepšit metody kvantifikace funkční konektivity?

- konektivita “all-to-all”?
  - příliš mnoho signálů
  - nutno redukovat dimenzionalitu (anatomické oblasti zájmu, shlukovací metody, analýza nezávislých komponent)
- různé míry závislosti

Jak vylepšit metody kvantifikace funkční konektivity?

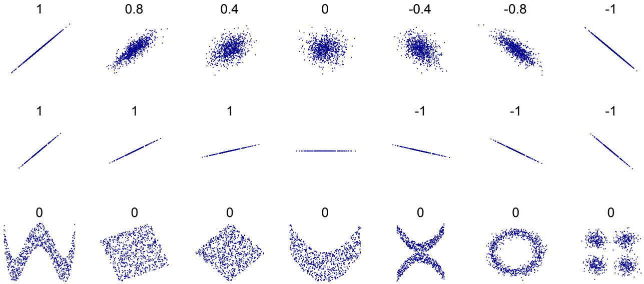
- konektivita “all-to-all”?
  - příliš mnoho signálů
  - nutno redukovat dimenzionalitu (anatomické oblasti zájmu, shlukovací metody, analýza nezávislých komponent)
- různé míry závislosti
  - korelační koeficient $\rho_{X,Y} = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y}$
  - pořadové korelační míry (Spearman, Kendalovo tau,...)
  - informačně-teoretické míry:

Jak vylepšit metody kvantifikace funkční konektivity?

- konektivita “all-to-all”?
  - příliš mnoho signálů
  - nutno redukovat dimenzionalitu (anatomické oblasti zájmu, shlukovací metody, analýza nezávislých komponent)
- různé míry závislosti
  - korelační koeficient $\rho_{X,Y} = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y}$
  - pořadové korelační míry (Spearman, Kendalovo tau,...)
  - informačně-teoretické míry: vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)} \right)$$

Proč nemusí být lineární korelace vhodná?



Vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x,y) \log\left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)}\right)$$

Vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)} \right)$$

souvisí s entropií: $H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$

Vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)} \right)$$

souvisí s entropií: $H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

$H(X|Y) = H(X,Y) - H(Y) \qquad I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$

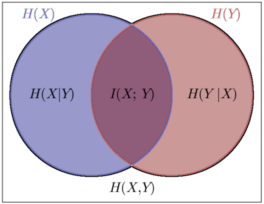
Vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)} \right)$$

souvisí s entropií: $H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

$$H(X|Y) = H(X,Y) - H(Y) \qquad I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$



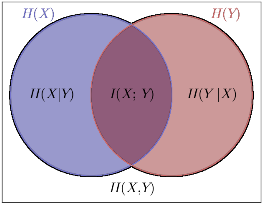
Vzájemná informace

$$I(X;Y) = \sum_{y\in Y}\sum_{x\in X} p(x,y)\log\left(\frac{p(x,y)}{p(x)\,p(y)}\right)$$

souvisí s entropií: $H(X) = -\sum_{x\in X} p(x)\log p(x)$

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

$$H(X|Y) = H(X,Y) - H(Y) \qquad I(X;Y) = H(X) - H(X|Y)$$



omezení: $0 \leq I(X;Y) \leq max(H(X), H(Y))$; jednotky;
invariance vůči bijekcím: $I(X;Y) = I(f(X); g(Y))$;
$I(X;Y) = D_{\mathrm{KL}}(p(x,y)\|p(x)p(y))$

Praktický problém

- lineární korelace
  - široce používaná, jednoduchý koncept
  - obecně efektivní

Praktický problém

- lineární korelace
  - široce používaná, jednoduchý koncept
  - obecně efektivní
- ALE ... neuronální i hemodynamické procesy jsou nelineární!

  $\Rightarrow$ nelineární metody navrženy pro fMRI funkční konektivitu

Praktický problém

- lineární korelace
  - široce používaná, jednoduchý koncept
  - obecně efektivní
- ALE ... neuronální i hemodynamické procesy jsou nelineární!

  $\Rightarrow$ nelineární metody navrženy pro fMRI funkční konektivitu
- JENŽE ... nelineární metody mají také své problémy:
  - robustnost
  - implementace
  - interpretace

  $\Rightarrow$ **Je lineární korelace dostatečná pro fMRI FC? [1]**

Strategie

Strategie

- pro bivariátní normální rozdělení ("lineární závislost"):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace: $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2}log(1-\rho^2_{X,Y})$

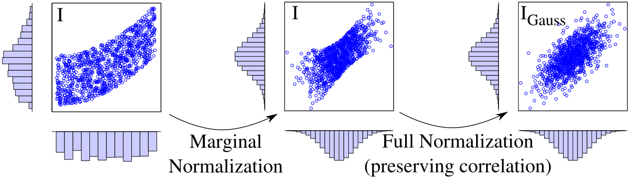
Strategie

- pro bivariátní normální rozdělení ("lineární závislost"):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace:
    $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$
- pro obecné bivariátní rozdělení:
  - lineární korelace nemusí být dostatečná
  - vzájemná informace: (při normalitě marginálů):
    $I(X;Y) \geq I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$

Strategie

- pro bivariátní normální rozdělení ("lineární závislost"):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace:
    $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$
- pro obecné bivariátní rozdělení:
  - lineární korelace nemusí být dostatečná
  - vzájemná informace: (při normalitě marginálů):
    $I(X;Y) \geq I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$
- $\Rightarrow$ extra informace nezachycená korelačním koeficientem: $I_{neglected} = I(X;Y) - I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$

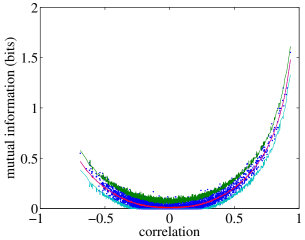
Vizualizace strategie



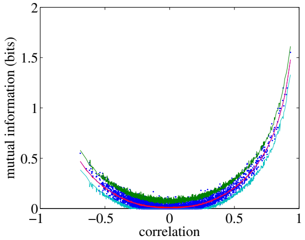
Implementation details

- **24 fMRI sessions** (3T, TR=2000 ms, $3 \times 3 \times 3.5$ mm^3, 300 volumes), standard data processing
- AAL based parcellation to 90 regions
- each region represented by average activity time series
- **90-by-90 matrices of linear and nonlinear connectivity**
- **difference between linear and nonlinear connectivity**
  - **quantified**
  - **tested**
- mutual information estimated using the equiquantal method
- $I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$ is estimated by computing mutual information on linearized version of the data (Fast Fourier Transform surrogates) as finite sample estimates of linear correlation and mutual information have different properties (such as bias and variance)

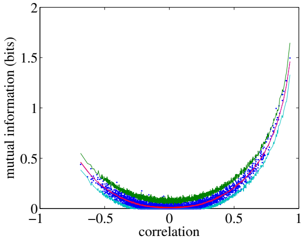
Výsledky



Výsledky

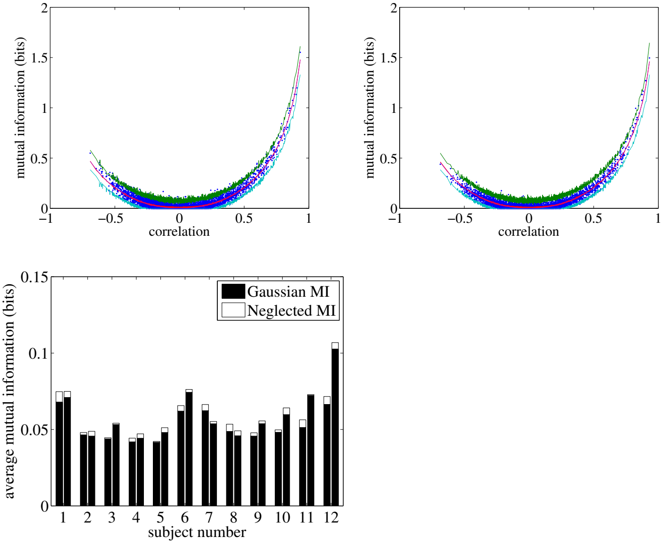


mutual information (bits)
2
1.5
1
0.5
0
−1
−0.5
0
0.5
1
correlation



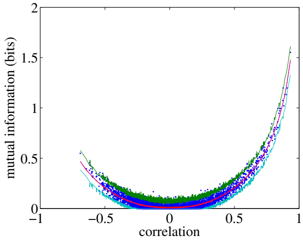
mutual information (bits)
2
1.5
1
0.5
0
−1
−0.5
0
0.5
1
correlation

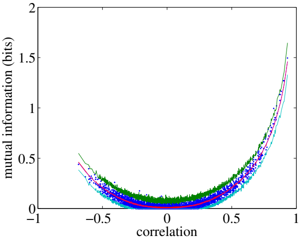
Výsledky

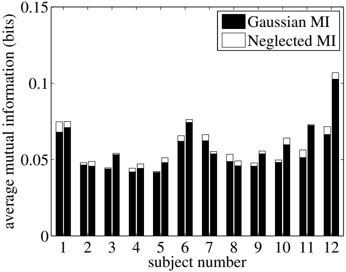


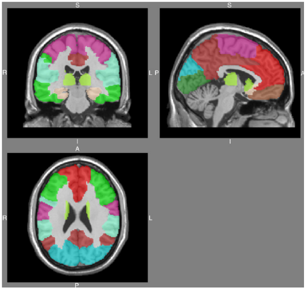
mutual information (bits)
correlation
mutual information (bits)
correlation
average mutual information (bits)
subject number
Gaussian MI
Neglected MI

Výsledky


mutual information (bits)
correlation
2
1.5
1
0.5
0
−1
−0.5
0
0.5
1


mutual information (bits)
correlation
2
1.5
1
0.5
0
−1
−0.5
0
0.5
1


average mutual information (bits)
subject number
Gaussian MI
Neglected MI
0.15
0.1
0.05
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

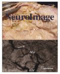


NeuroImage 54 (2011) 2218–2225

Contents lists available at ScienceDirect

NeuroImage

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ynimg



Functional connectivity in resting-state fMRI: Is linear correlation sufficient?

Jaroslav Hlinka [a,*], Milan Paluš [a], Martin Vejmelka [a], Dante Mantini [b,c], Maurizio Corbetta [c,d,e]

[a] Institute of Computer Science, Academy of Sciences of the Czech Republic, Pod vodarenskou vezi 2, 18207 Prague, Czech Republic
[b] Laboratory for Neuro- and Psychophysiology, Katholieke Universiteit Leuven, 3000 Leuven, Belgium
[c] Institute for Advanced Biomedical Technologies, G. D'Annunzio University Foundation, G. D'Annunzio University, 66013 Chieti, Italy
[d] Department of Radiology, Washington University, St. Louis, MO, USA
[e] Department of Neurology, Washington University, St. Louis, MO, USA

ARTICLE INFO

Article history:
Received 18 June 2010
Revised 9 August 2010
Accepted 19 August 2010
Available online 25 August 2010

Keywords:
fMRI
Functional connectivity
Gaussianity
Nonlinearity
Correlation
Mutual information

ABSTRACT

Functional connectivity (FC) analysis is a prominent approach to analyzing fMRI data, especially acquired under the resting state condition. The commonly used linear correlation FC measure bears an implicit assumption of Gaussianity of the dependence structure. If only the marginals, but not all the bivariate distributions are Gaussian, linear correlation consistently underestimates the strength of the dependence. To assess the suitability of linear correlation and the general potential of nonlinear FC measures, we present a framework for testing and estimating the deviation from Gaussianity by means of comparing mutual information in the data and its Gaussianized counterpart. We apply this method to 24 sessions of human resting state fMRI. For each session, matrix of connectivities between 90 anatomical parcel time series is computed using mutual information and compared to results from its multivariate Gaussian surrogate that conserves the correlations but cancels any nonlinearity. While the group-level tests confirmed non-Gaussianity in the FC, the quantitative assessment revealed that the portion of mutual information neglected by linear correlation is relatively minor—on average only about 5% of the mutual information already captured by the linear correlation. The marginality of the non-Gaussianity was confirmed in comparisons using clustering of the parcels—the disagreement between clustering obtained from mutual information and linear correlation was attributable to random error. We conclude that for this type of data, practical relevance of nonlinear methods trying to improve over linear correlation might be limited by the fact that the data are indeed almost Gaussian.

Strategie - připomenutí

Strategie - připomenutí

- pro bivariátní normální rozdělení (“lineární závislost”):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace: $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2}log(1-\rho^2_{X,Y})$

Strategie - připomenutí

- pro bivariátní normální rozdělení ("lineární závislost"):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace: $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2} log(1 - \rho_{X,Y}^2)$
- pro obecné bivariátní rozdělení:
  - lineární korelace nemusí být dostatečná
  - vzájemná informace: (při normalitě marginálů): $I(X;Y) \geq I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$

Strategie - připomenutí

- pro bivariátní normální rozdělení ("lineární závislost"):
  - lineární korelace $\rho_{X,Y}$ plně vystihuje závislost
  - vzájemná informace: $I(X;Y) = I_{Gauss}(\rho_{X,Y}) = -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$
- pro obecné bivariátní rozdělení:
  - lineární korelace nemusí být dostatečná
  - vzájemná informace: (při normalitě marginálů): $I(X;Y) \geq I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$
- $\Rightarrow$ extra informace nezachycená korelačním koeficientem: $I_{neglected} = I(X;Y) - I_{Gauss}(\rho_{X,Y})$

Proč $I(X, Y) \geq -\frac{1}{2}log(1 - \rho^2_{X,Y})$?

Rozdělení s **maximální entropií**:

- $(0, 1)$: rovnoměrné rozdělení
- $\mathbb{R}$, $\sigma(X) = c$: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $\mathbb{R}^2$, $\mathrm{Cov}(X) = \Sigma$: $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$

Proč $I(X, Y) \geq -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$?

Rozdělení s **maximální entropií**:

- $(0, 1)$: rovnoměrné rozdělení
- $\mathbb{R}$, $\sigma(X) = c$: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $\mathbb{R}^2$, $\mathrm{Cov}(X) = \Sigma$: $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$
- Co tedy rozdělení s **minimální informací**?

Proč $I(X, Y) \geq -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$?

Rozdělení s **maximální entropií**:

- $(0, 1)$: rovnoměrné rozdělení
- $\mathbb{R}$, $\sigma(X) = c$: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $\mathbb{R}^2$, $\text{Cov}(X) = \Sigma$: $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$
- Co tedy rozdělení s **minimální informací**?
  - $I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$
  - $\arg\min_X I(X) \stackrel{?}{=} \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$

Proč $I(X, Y) \geq -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$?

Rozdělení s **maximální entropií**:

- $(0, 1)$: rovnoměrné rozdělení
- $\mathbb{R}$, $\sigma(X) = c$: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $\mathbb{R}^2$, $\text{Cov}(X) = \Sigma$: $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$
- Co tedy rozdělení s **minimální informací**?
  - $I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$
  - $\arg\min_X I(X) \stackrel{?}{=} \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$
  - Ano, pokud zafixujeme $H(X)$ a $H(Y)$ marginální normalizací...
  - **Je to třeba?**

Rozdělení s minimální informací a danou kovariancí

It is well known that Gaussian distributions maximize the Shannon entropy for given first and second moments. This implies that the Shannon entropy of any distribution is bounded from above by $(1/2)\log\det \mathrm{C}$ where C is the covariance matrix. For MI one can prove a similar result: For any multivariate distribution with joint covariance matrix C and variances $\sigma_i = C_{ii}$ for the individual (scalar) random variables X_i, the redundancy is bounded from below,

$$I(X_1, \dots X_m) \geq \frac{1}{2} \log \frac{\det \mathrm{C}}{\sigma_1 \dots \sigma_m} \ . \tag{48}$$

Obrázek: Kraskov, 2004 [2].

Rozdělení s minimální informací a danou kovariancí

It is well known that Gaussian distributions maximize the Shannon entropy for given first and second moments. This implies that the Shannon entropy of any distribution is bounded from above by $(1/2)\log\det \mathrm{C}$ where C is the covariance matrix. For MI one can prove a similar result: For any multivariate distribution with joint covariance matrix C and variances $\sigma_i = C_{ii}$ for the individual (scalar) random variables X_i, the redundancy is bounded from below,

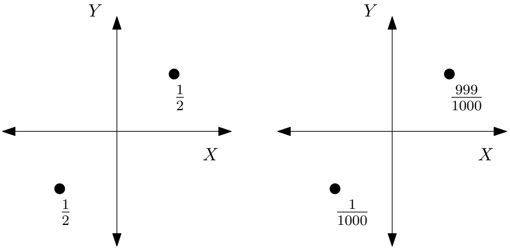
$$I(X_1, \ldots X_m) \geq \frac{1}{2}\log\frac{\det \mathrm{C}}{\sigma_1 \ldots \sigma_m} . \qquad (48)$$

Obrázek: Kraskov, 2004 [2].

In the following we sketch only the proof for the case

- Takže: je marginalizace nutná?

Protikpříklad



$R(X,Y) = 1$

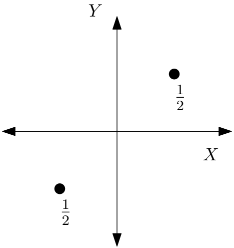
$I(X,Y) = H(X) = 1bit$

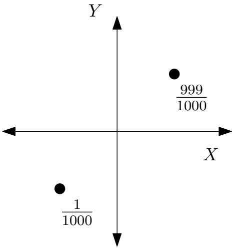
$R(X,Y) = 1$

$I(X,Y) = H(X) = 0.011$

- $I(X, Y)$ lze stlačit k nule při zachování libovolně vysoké korelace
- Kraskov má v důkaze chybu, marginalizace nutná!

Protikpříklad





$R(X,Y) = 1$

$I(X,Y) = H(X) = 1bit$

$R(X,Y) = 1$

$I(X,Y) = H(X) = 0.011$

- $I(X,Y)$ lze stlačit k nule při zachování libovolně vysoké korelace
- Kraskov má v důkaze chybu, marginalizace nutná!
- Každopádně, korelace pro fMRI stačí. Nebo ne?

Causality - linear and nonlinear

- Different approaches to causality detection from time series
- Granger causality: X 'Granger causes' Y iff including the past of Y in a (linear) model of X significantly improves the model fit

$$\mathcal{F}_{Y \to X|Z} = \ln\left(\frac{|\Sigma(\varepsilon_t)|}{|\Sigma(\varepsilon_t')|}\right)$$

Causality - linear and nonlinear

- Different approaches to causality detection from time series
- Granger causality: X 'Granger causes' Y iff including the past of Y in a (linear) model of X significantly improves the model fit

$$\mathcal{F}_{Y \to X|Z} \equiv \ln\left(\frac{|\Sigma(\varepsilon_t)|}{|\Sigma(\varepsilon_t')|}\right)$$

- Transfer entropy: the difference between entropies of the variable X conditioned (or not) on Y:

$$\mathcal{T}_{Y \to X|Z} = H(X|X^- \oplus Z^-) - H(X|X^- \oplus Y^- \oplus Z^-),$$

- for stationary linear Gaussian processes linear GC index and TE **equivalent**

- for stationary linear Gaussian processes linear GC index and TE **equivalent**
- up to factor 2

$$\mathcal{F}_{Y \to X|Z} = 2\mathcal{T}_{Y \to X|Z}$$

- Recall $I(X,Y) \geq -\frac{1}{2} log(1-\rho^2_{X,Y})$ for general distribution with normal marginals

- for stationary linear Gaussian processes linear GC index and TE **equivalent**
- up to factor 2

$$\mathcal{F}_{Y \to X|Z} = 2\mathcal{T}_{Y \to X|Z}$$

- Recall $I(X, Y) \geq -\frac{1}{2} log(1 - \rho^2_{X,Y})$ for general distribution with normal marginals
- **Is there a similar inequality for causality indices?**

Co když mne zajímá struktura interakcí mezi mnoha oblastmi?

Co když mne zajímá struktura interakcí mezi mnoha oblastmi?

grafově-teoretická analýza

- konektivity jsou převedeny na (ne)orientovaný graf
- zkoumáme vlastnosti grafu:
  - hustota
  - průměrná délka cest
  - shlukovitost
  - modularita
  - malosvětskost (small-world property)
  - existence centrálních uzlů
- interpretovány jsou získané hodnoty, nebo rozdíly v těchto vlastnostech mezi zkoumanými skupinami subjektů

Formalizace grafových vlastností

Formalizace grafových vlastností

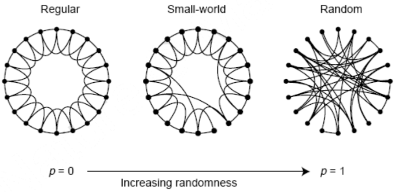
Graf: $G = (V, E)$; V množina uzlů; búno $V = 1, ..., n$ $E \subset V^2$ množina hran. $d_{i,j}$ je délka nejkratší cesty mezi uzly i a j. Reprezentace (binární) maticí A: $A_{i,j} = 1 \Leftrightarrow (i,j) \in E$.

$$L = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i,j} d_{i,j}$$

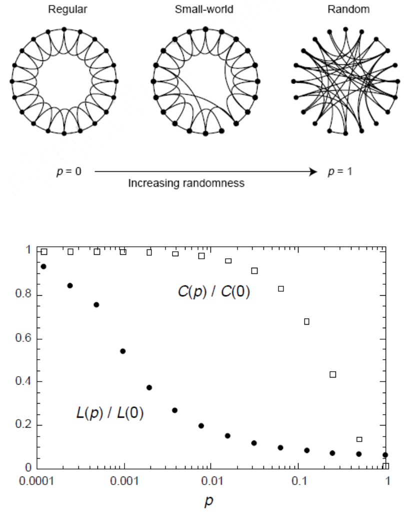
$$C = \frac{1}{n} \sum_{i \in V} c_i; \quad c_i = \frac{\sum_{j,\ell} A_{i,j} A_{j,\ell} A_{\ell,i}}{k_i(k_i - 1)}$$

Malosvětskost (Small-world property)

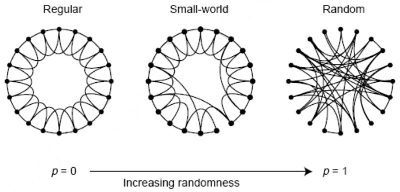
Malosvětskost (Small-world property)

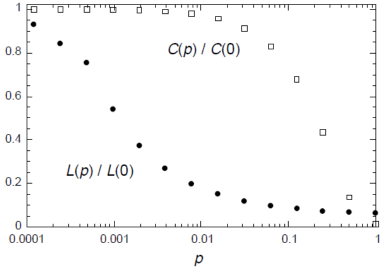


Malosvětskost (Small-world property)



Malosvětskost (Small-world property)

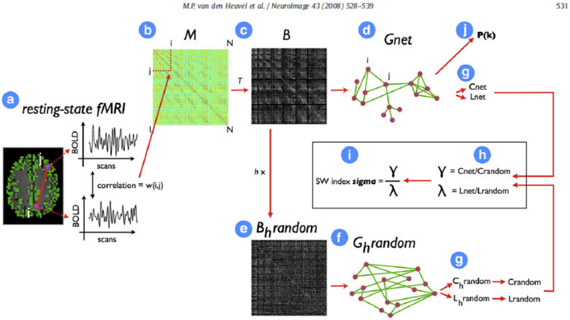


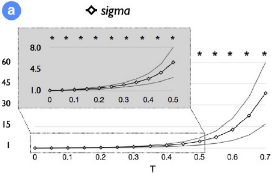


small-world index: $\sigma = \frac{\gamma}{\lambda} \gg 1$, $\lambda = \frac{L}{L_{rand}} \gtrsim 1$, $\gamma = \frac{C}{C_{rand}} \gg 1$

Mozek je malý svět

Mozek je malý svět



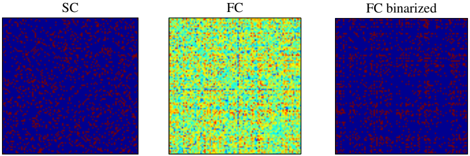


Proč je to zajímavé

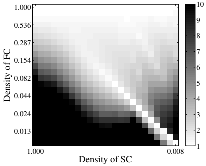
Mozek je malý svět...
a náhodně propojený AR proces taky...

Mozek je malý svět...
a náhodně propojený AR proces taky...

$$X_t = AX_{t-1} + e_t$$



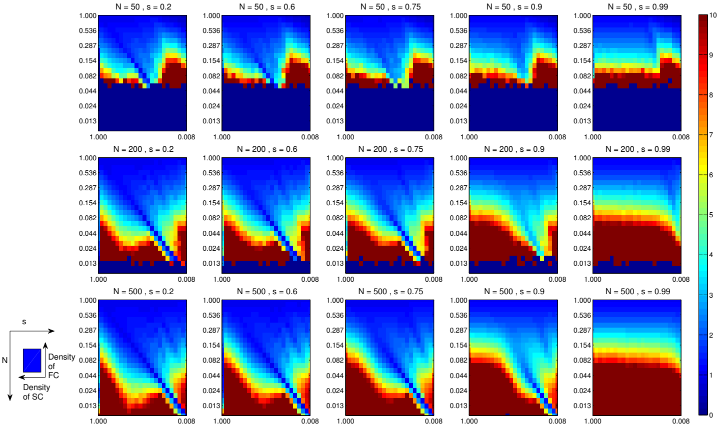
$L_S = 2.157, L_F = 2.308, C_S = 0.1081, C_F = 0.2355, \lambda = 1.07, \gamma = 2.1778, \sigma = 2.0353.$



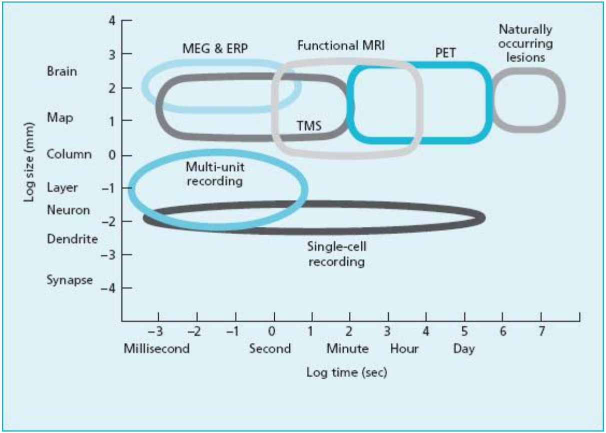
Detailní výsledky

Detailní výsledky

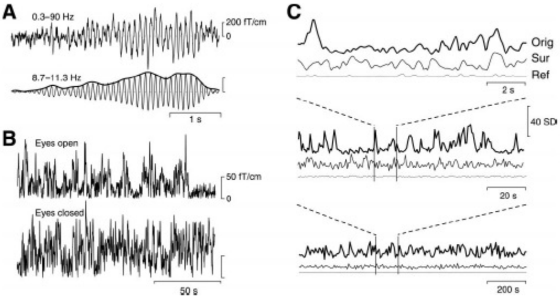
$\sigma \gg 1$, ale závisí na mnoha parametrech:



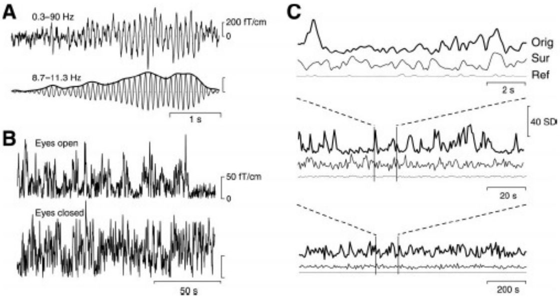
Metody v rukou neurovědce



Hierarchie časových škál



Hierarchie časových škál

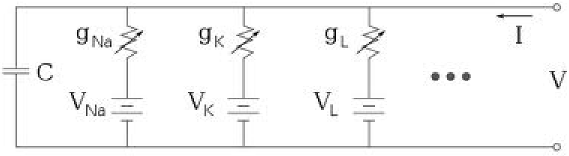


složitá dynamika

McCulloch-Pitts model (1943):

$$z(i,t+1) = S\left(\sum_i w_{ij} z(j,t) - \epsilon_i\right),$$

Hodgkin-Huxley model (1952):



Hodgkin-Huxley model

$$C\frac{dV}{dt} = -F + I_s + I, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} F(V, m, n, h) &= I_K + I_{Na} + I_L = \\ &= g_K n^4 (V - V_K) + g_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) + g_L (V - V_L). \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1-m) - \beta_m(V)m, \tag{3}$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1-n) - \beta_n(V)n, \tag{4}$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1-h) - \beta_h(V)h. \tag{5}$$

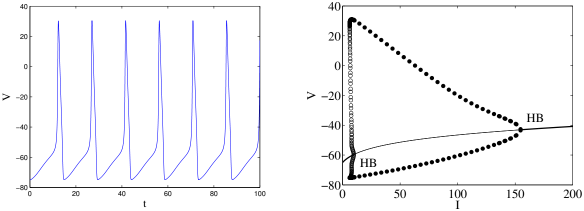
$C = 1\mu Fcm^{-2}$, $g_L = 0.3mScm^{-2}$, $g_K = 36mScm^{-2}$, $g_{Na} = 120mScm^{-2}$, $V_L = -54.402mV$, $V_K = -77mV$, $V_{Na} = 50mV$

$$\alpha_m(V) = \frac{0.1(V+40)}{1-e^{-0.1(V+40)}} \qquad \beta_m(V) = 4.0e^{-0.0556(V+65)} \tag{6}$$

$$\alpha_n(V) = \frac{0.1(V+55)}{1-e^{-0.1(V+55)}} \qquad \beta_n(V) = 0.125e^{-0.0125(V+65)} \tag{7}$$

$$\alpha_h(V) = 0.07e^{-0.05(V+65)} \qquad \beta_h(V) = \frac{1}{1+e^{-0.1(V+35)}}. \tag{8}$$

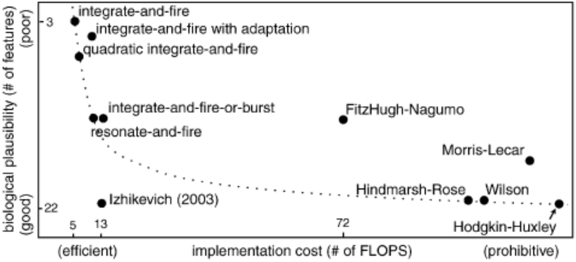
Behaviour of HH neuron



V závislosti na proudu *I* a jiných parametrech může mít stabilní pevný bod, oscilace, ale i třeba chaotický atraktor

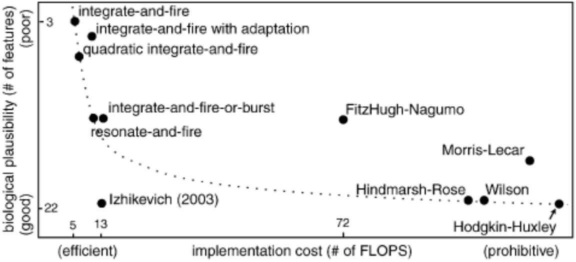
Zoo modelů

modely neuronu:



Zoo modelů

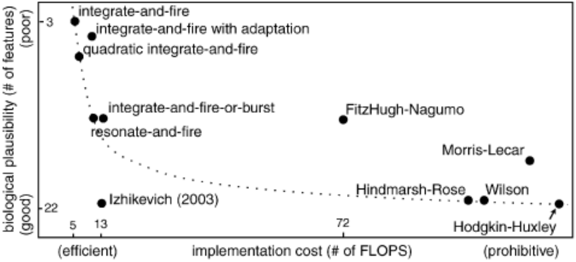
modely neuronu:



a vynásob modely synapse...

Zoo modelů

modely neuronu:



a vynásob modely synapse...

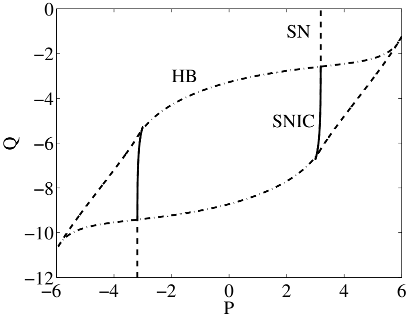
Podobně se schematicky modelují celé neuronální populace:

Wilson-Cowan model (1972)

$$\tau_e \frac{\partial E}{\partial t} = -E + (k_e - \rho_e E)\mathcal{S}_e(c_1 E - c_2 I + P), \tag{9}$$

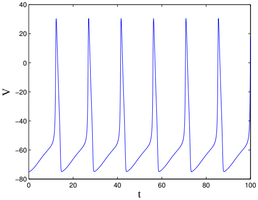
$$\tau_i \frac{\partial I}{\partial t} = -I + (k_i - \rho_i I)\mathcal{S}_i(c_3 E - c_4 I + Q). \tag{10}$$

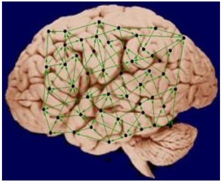
Dynamika Wilsonova-Cowanova modelu



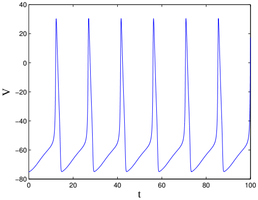
Velká otázka ohledně $\dot{X}_i = f_i(X_i) + g_i(X)$

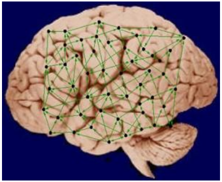
Velká otázka ohledně $\dot{X}_i = f_i(X_i) + g_i(X)$

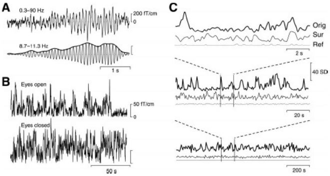




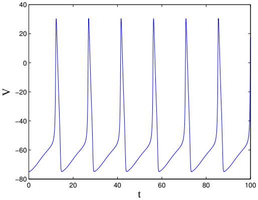
Velká otázka ohledně $\dot{X}_i = f_i(X_i) + g_i(X)$

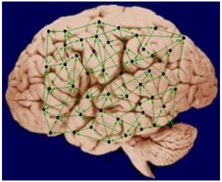


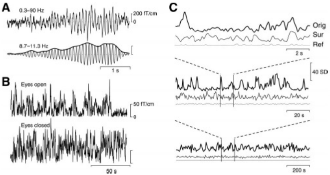


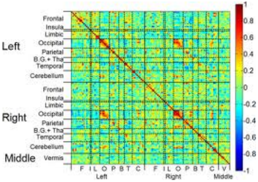


Velká otázka ohledně $\dot{X}_i = f_i(X_i) + g_i(X)$









Fázová redukce modelu

$$\tau_e \frac{\partial E}{\partial t} = -E + (k_e - \rho_e E)\mathcal{S}_e(c_1 E - c_2 I + P), \tag{11}$$

$$\tau_i \frac{\partial I}{\partial t} = -I + (k_i - \rho_i I)\mathcal{S}_i(c_3 E - c_4 I + Q). \tag{12}$$

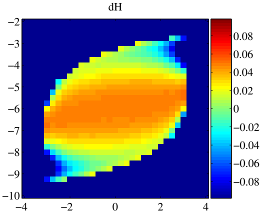
$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{T} + \epsilon \sum_j w_{ij} H(\theta_j - \theta_i), \qquad i = 1, \dots, N. \tag{13}$$

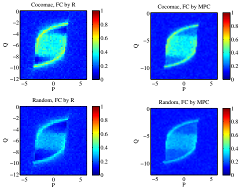
Stabilita synchronizovaného řešení závisí na $N \times N$ matici $\widehat{\mathcal{H}}$

$$\widehat{\mathcal{H}}_{ij} = H'(0)\left[w_{ij} - \delta_{i,j}\sum_k w_{ik}\right], \tag{14}$$

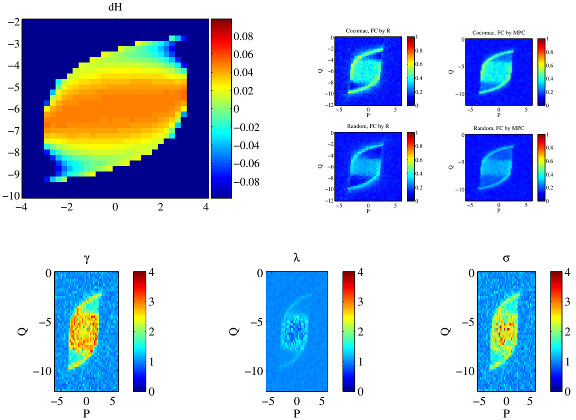
kde $H'(\theta) = \mathrm{d}H(\theta)/\mathrm{d}\theta$. Synchronizované řešení je stabilní pokud reálné části všech vlastních hodnot $\widehat{\mathcal{H}}$ jsou negativní.

Vztah struktury a funkční konektivity

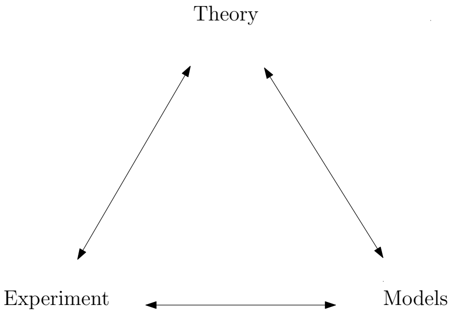




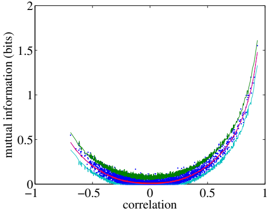
Vztah struktury a funkční konektivity

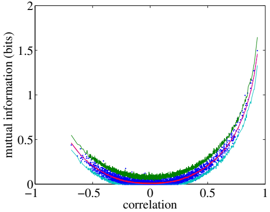


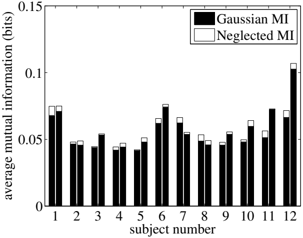
Závěr

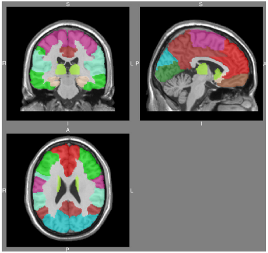


Stačí lineární korelace pro fMRI?

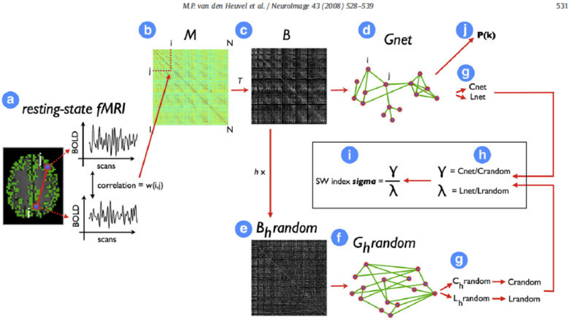


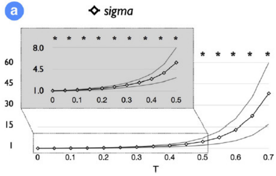




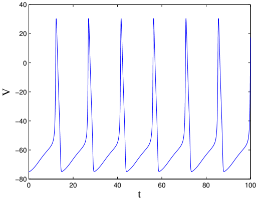


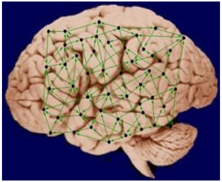
Mozek je malý svět

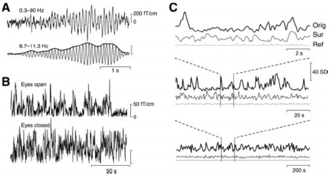


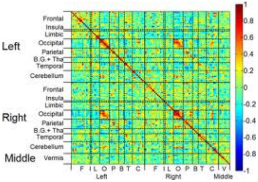


Velká otázka ohledně $\dot{X}_i = f_i(X_i) + g_i(X)$









Děkuji za pozornost!

References

J. Hlinka, M. Palus, M. Vejmelka, D. Mantini, and M. Corbetta.
Functional connectivity in resting-state fMRI: Is linear correlation sufficient?
NeuroImage, 54:2218–2225, 2011.

A. Kraskov, H. Stogbauer, and P. Grassberger.
Estimating mutual information.
Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics), 2004.

http://ndw.cs.cas.cz/ hlinka